

Logik, Erkennbarkeit und Rationalität für Bildreihen

Ina Mäurer

Institut für Informatik, Universität Leipzig
PF 100920, D-04009 Leipzig, Germany
maeurer@informatik.uni-leipzig.de

Motiviert durch Probleme der Bildverarbeitung und Mustererkennung oder der cellulären Automaten gibt es in der Literatur eine Vielzahl formaler Modelle, um 2-dimensionale Objekte (Bilder) zu erkennen und diese auch zu erzeugen. Restivo and Giammarresi definierten die Klasse REC der *erkennbaren Bildsprachen* [GR97]. Diese Klasse ist sehr robust und wurde durch verschiedene Automatenmodelle, Kachelsysteme, rationale Ausdrücke und auch durch existenzielle monadische Logik zweiter Stufe durch ein Äquivalenz-Resultat charakterisiert.

In dem Vortrag werden wir dieses Resultat auf *Bildreihen* erweitern. Bildreihen sind Funktionen, welche Bilder über einem Alphabet auf Elemente eines Halbrings abbilden. Es werden rationale Operationen und Projektionen auf solchen Reihen definiert und Modelle wie Kachelsysteme und 2-dimensionale On-line-tessellation Automaten in eine quantitative Situation gebracht, welche Gewichte benötigt.

Kürzlich wurde der fundamentale Satz von Büchi über die Äquivalenz der regulären Wortspachen mit Sprachen, welche durch eine MSO-Logik beschrieben werden können auf gewichtete endliche Automaten verallgemeinert [DG05]. Wir werden hier eine gewichtete MSO-Logik für Bilder einführen, so dass die Semantik einer Formel eine Bildreihe über einem kommutativen Halbring ist. Es gilt das folgende Theorem [Mäu05, Mäu06]. Die benötigten Begriffe werden im Vortrag definiert.

Theorem. Es sei Σ ein Alphabet, K a kommutativer Halbring and $S : \Sigma^{++} \rightarrow K$ eine Bildreihe. Dann ist äquivalent:

1. S ist das Verhalten eines gewichteten Bildautomaten;
2. S ist das Verhalten eines gewichteten 2-dimensionalen On-line-tessellation Automaten;
3. S ist Projektion einer rationalen Bildreihe;
4. S ist Projektion einer lokalen Bildreihe;
5. S ist die Semantik eines gewichteten eingeschränkten MSO-Satzes.

Diese äquivalenten gewichteten Modelle für Bildreihen definieren *erkennbare* Bildreihen. Sie können verschiedene Anwendungssituationen modellieren: zum Beispiel die Lichtintensität eines Bildes (wenn wir die Buchstaben des Alphabets als unterschiedliche Graustufen interpretieren) oder den Umfang des größten einfarbigen Unterbildes eines Farbbildes.

Literatur

- [BG05] S. Bozapalidis and A. Grammatikopoulou. Recognizable picture series. In M. Droste and H. Vogler, editors, *Special issue on Weighted Automata, presented at WATA 2004, Dresden*, Journal of Automata, Languages and Combinatorics, 2005. In print.
- [DG05] M. Droste and P. Gastin. Weighted automata and logics. In *32nd ICALP*, volume 3580 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 513–525. Springer, 2005.
- [GR97] D. Giammarresi and A. Restivo. Two-dimensional languages. In G. Rozenberg and A. Salomaa, editors, *Handbook of Formal Languages*, volume 3, pages 215–267. Springer, Berlin, 1997.
- [Mäu05] I. Mäurer. Recognizable and rational picture series. In *Conference on Algebraic Informatics*, pages 141–155. Aristotle University of Thessaloniki Press, 2005.
- [Mäu06] I. Mäurer. Weighted picture automata and weighted logics. In B. Durand and W. Thomas, editors, *STACS 2006*, volume 3885 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 313–324. Springer Berlin, 2006.