Prüfung aus Mathematik (2) für BI

am 7.3.2002

Zuname: ....

Vorname: ....

Kennzahl: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 150 Minuten

1.) Wie lautet die allgemeine *reelle* Lösung der homogenen Differentialgleichung $y^{(4)} + 16y = 0$?
(Hinweis zur Kontrolle: $\lambda = \pm(\sqrt{2} \pm \mathrm{i}\sqrt{2})$.

Wie lautet der *Ansatz* für eine Partikulärlösung der inhomogenen DG
$y^{(4)} + 16y = \cos\sqrt{2}x + \mathrm{e}^{\sqrt{2}x}\cos\sqrt{2}x$?

Welches Problem in Zusammenhang mit der Balkenbiegung wird durch diese inhomogene DG beschrieben?

2.) Geben Sie die (vollständige) Taylorentwicklung der Funktion $f(x,y) = \dfrac{x+y}{1+xy}$ zum Entwicklungspunkt $(x_0, y_0) = (0,0)$ an
(Anleitung: Die Entwicklung von $\dfrac{1}{1+xy}$ erhalten Sie leicht, indem sie diesen Ausdruck als Summenfunktion der unendlichen geometrischen Reihe mit $q = -xy$ auffassen.)

Wie lautet speziell die Tangentialebene und das Schmiegparaboloid (maximal) 2. Grades im Punkt $(0,0,0)$?

3.) Berechnen Sie die Oberfläche F der Kugel mit Radius R (Hinweis zur Kontrolle: $F = 4\pi R^2$).

4.) Die Funktionen $\{\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k, \ldots\} = \{\sin x, \sin 2x, \ldots, \sin kx, \ldots\}$ bilden ein vollständiges Orthogonalsystem auf dem Intervall $I = [0, \pi]$.

Berechnen Sie die Fourierapproximierende $s_2 = c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2$ der Funktion $f(x) = 1$ $(x \in I)$ sowie die Abweichung $\|f - s_2\|$ (im Sinne des Integralmittels).

5.) Eine bei $(0,0)$ und $(\pi, 0)$ eingespannte Saite wird in die Anfangsform $f(x) = z(x,0) = \sin x$ gebracht und losgelassen (Anfangsgeschwindigkeit also $g(x) = z_t(x,0) = 0$).

Bestimmen Sie mit Hilfe der d'Alembertschen Formel die Form $z(x,t)$ zu einem allgemeinen Zeitpunkt $t \geq 0$ (Hinweis zur Kontrolle: Es ergibt sich $z(x,t) = \sin x \cos ct$).

Skizzieren Sie die Schwingungsformen zu den Zeitpunkten $t = \dfrac{T}{8}$, $t = \dfrac{T}{4}$ und $t = \dfrac{3T}{8}$
($T = \dfrac{2\pi}{c}$ ist dabei die Schwingungsdauer).