

Prüfung aus Mathematik (2) für BI
am 14.12.2001

Zuname:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 150 Minuten

- 1.) Geben Sie ein Fundamentalsystem der DG $y^{(4)} + 2y'' + y = 0$ an.
Wie lautet der Partikuläransatz für die inhomogene DG $y^{(4)} + 2y'' + y = x^2 + \sin x$?
(nur Ansatz hinschreiben, nicht ausrechnen!)

- 2.) Welche Punkte der Fläche $z = e^{-xy}$ sind elliptisch, welche hyperbolisch, welche parabolisch? Skizzieren Sie die betreffenden Bereiche in der x - y -Ebene.

- 3.) Die Bewegung eines Stangenpendels der Länge 1 im homogenen Schwerfeld mit Fallbeschleunigung 1 wird durch die autonome Differentialgleichung $s'' = -\sin s$ beschrieben (Dabei ist s der von der unteren Ruhelage weg gezählte Bogen auf dem Einheitskreis). Lösen Sie diese DG mit der Substitution $z = z(s) = s'$.
Hinweis zur Kontrolle: Sie werden auf zwei Differentialgleichungen 1. Ordnung geführt. Die Lösung der ersten lautet $(\frac{ds}{dt} =) z = 2\sqrt{\frac{z_0^2}{2} - 2\sin\frac{s}{2}}$. Die Lösung der zweiten kann man nur mehr in der Form $t = t(s)$ schreiben, wobei $t(s)$ ein Integral ist.

- 4.) Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Würfels $-1 < x < 1, -1 < y < 1, -1 < z < 1$ bezüglich der z -Achse.

- 5.) Bestimmen Sie die Temperaturverteilung $u(x, y; t)$ in einer quadratischen Platte ($0 < x < 1, 0 < y < 1$), deren Rand zu allen Zeiten $t \geq 0$ auf 0° gehalten wird. Wie passt man die allgemeine Lösung (im Prinzip) an eine Anfangsbedingung $u(x, y; 0) = f(x, y)$ an?
Hinweis: Zu lösen ist die DG. $u_t = c^2 \Delta u$ mit Separationsmethode. Die Vorgangsweise ist dabei genau wie bei der Lösung der Schwingungsgleichung $u_{tt} = c^2 \Delta u$ für die quadratische Membran; lediglich der Zeitterm fällt anders aus.