

**Prüfung aus Mathematik 1 für BI**  
**am 12. Oktober 2018**

ZUNAME: .....  
Vorname: .....  
Mat.Nr.: .....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!  
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen richtig und welche falsch sind. Argumentieren Sie bei richtigen Aussagen durch eine kurze aber schlüssige Erklärung und widerlegen Sie falsche Aussagen durch ein Gegenbeispiel.

- (a) Wenn  $1 + \frac{1}{n}$  die  $n$ -te Partialsumme einer unendlichen Reihe ist, so konvergiert diese Reihe.
- (b) Wenn  $1 - \frac{1}{n}$  der  $n$ -te Summand einer unendlichen Reihe ist, so konvergiert diese Reihe.
- (c) Wenn  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zwei überall differenzierbare Funktionen sind und  $g$  an der Stelle  $x_0 = 17$  eine waagrechte Tangente hat, so hat auch das Produkt  $f \cdot g$  an  $x_0 = 17$  eine waagrechte Tangente.
- (d) Wenn  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zwei überall differenzierbare Funktionen sind und  $g$  an der Stelle  $x_0 = 17$  eine waagrechte Tangente hat, so hat auch die Zusammensetzung  $f \circ g$  an  $x_0 = 17$  eine waagrechte Tangente.

2. Diskutieren Sie für die auf  $[-2, 5]$  definierte Funktion

$$f(x) = 2x^2 - |x|$$

die folgenden Punkte:

- Differenzierbarkeit an  $x_0 = 0$
- Monotonieverhalten und Extrema (inkl. Randextrema)

Verwenden Sie die gesammelten Informationen, um eine Skizze von  $f$  anzufertigen.

3. (a) Formulieren Sie den (kleinen) Mittelwertsatz der Integralrechnung.  
(b) Geben Sie die Definition des Differentialquotienten (also der Ableitung) einer allgemeinen Funktion  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  an einer Stelle  $x_0 \in \mathbb{R}$  an.  
(c) Es sei  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig und  $a \in \mathbb{R}$  beliebig. Bestimmen Sie mit Hilfe von Beispiel 2 (a) und (b) die Ableitung der Funktion

$$H(x) = \int_a^x h(t) dt.$$

4. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'(x) = \frac{y(x)}{x} + \frac{1}{x+1}, \quad y(1) = 0.$$