

**Prüfung aus Mathematik 2 für Bauingenieure**  
**am 4. Dezember 2015**

ZUNAME: .....  
Vorname: .....  
Mat.Nr.: .....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!  
Arbeitszeit: 90 Minuten!

Die mündlichen Prüfungen finden am 14. Dezember statt. Ihren genauen Termin erfahren Sie mit dem Ergebnis der schriftlichen Prüfung am 9. Dezember (Aushang, Freihaus, 7. Stock, grün).

1. Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Berechnen Sie für  $t \in \mathbb{R}$  die Exponentialmatrix  $\exp(tA)$ .
- (b) Bestimmen Sie – unter Verwendung von (a) – die *allgemeine* Lösung von

$$\mathbf{y}'(t) = A\mathbf{y}(t).$$

2. (a) Zeigen Sie, dass das Vektorfeld

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} x^5 + y^2 \\ 2xy + y^3 \end{pmatrix}$$

ein Potentialfeld ist und bestimmen Sie eine Potentialfunktion von  $\mathbf{v}$ .

- (b) Erklären Sie den Begriff der exakten Differentialgleichung.
- (c) Bestimmen Sie mit Hilfe der in (a) ermittelten Potentialfunktion die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'(2xy + y^3) + (x^5 + y^2) = 0, \quad y(0) = 1.$$

3. (a) Bestimmen Sie die Lage und den Typ (Maximum oder Minimum) der Extrema der Funktion  $f(x, y) = 2x^2 - y^2$  über dem Quadrat

$$Q := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}.$$

(b) Berechnen Sie unter Verwendung eines geeigneten Integralsatzes das Kurvenintegral

$$\int_C \text{grad } f \, dx,$$

wobei  $C$  den Rand des Quadrats  $Q$  und  $f$  die Funktion aus (a) bezeichnet.

Formulieren Sie den von Ihnen verwendeten Integralsatz auch allgemein.

4. (a) Formulieren Sie den Zentralen Grenzwertsatz.

(b) Bestimmen Sie (näherungsweise) die Wahrscheinlichkeit bei 1000 Würfeln eines fairen Würfels mindestens (i) 170 Sechser (ii) 200 Sechser zu werfen.

Hinweis:  $\sqrt{2} \approx 1,414$

Verteilungsfunktion  $\Phi(x)$  der Standard-Normalverteilung:

$x$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84850	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99897	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976