

Prüfung aus Mathematik 3 für MB und VT
am 6. Mai 2011

ZUNAME:

Vorname:

Kennzahl:

Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. Bestimmen Sie *alle* Eigenwerte und Eigenfunktionen des Sturm–Liouville-Randwertproblems

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y(1) + y'(1) = 0.$$

Wie lauten die Orthogonalitätsrelationen der Eigenfunktionen?

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} t \\ -1 \end{pmatrix}.$$

3. Formulieren Sie (ausführlich) die Integralsätze von Green, Gauß und Stokes.

4. Bestimmen Sie für $0 \leq r \leq 1$ und $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ mittels Separationsansatz die Lösung $U(r, \varphi)$ des folgenden Dirichletschen Randwertproblems für den Kreis:

$$U_{rr} + \frac{1}{r}U_r + \frac{1}{r^2}U_{\varphi\varphi} = 0, \quad U(1, \varphi) = \pi.$$