

Prüfung aus Mathematik 2 für MB (SS + WS)
am 25. Jänner 2002

Zuname:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 150 Minuten!

1. Bestimmen Sie die Extrema der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto e^{x^2 - y^2}$$

auf dem Quadrat mit den Eckpunkten $(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)$.

2. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 3e^{3t} \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

- (a) mit Laplacetransformation.
 - (b) mit der Methode der unbestimmten Koeffizienten.
-

3. Es sei $f(x, y) = x^2 \sin(y)$.

- (a) Geben Sie die Tangentialebene und das Taylorpolynom 2-ten Grades im Punkt $(1/0)$ an. Handelt es sich um einen elliptischen, parabolischen oder hyperbolischen Punkt?
 - (b) Berechnen Sie $\frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial v}$ für $x(u, v) = \sqrt{u^2 - v^2}, y(u, v) = \sqrt{u^2 + v^2}$ mit der Kettenregel.
-

4. Lösen Sie das Variationsproblem

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (y^2 + y'^2 + 4y \sin(x)) dx \rightarrow \min$$

mit den Randbedingungen $y(0) = 0$ und $y(\frac{\pi}{2}) = 1$.

5. (a) Berechnen Sie

$$\int_C \frac{1}{\sin z} dz, \quad \int_C \frac{z^2}{\sin z} dz$$

wobei C den Kreis mit Mittelpunkt im Ursprung und Radius 1 bezeichnet.

- (b) Geben Sie die Definition von $\sin z$ für komplexe Werte von z an. Beweisen Sie den Zusammenhang

$$\sinh z = -i \cdot \sin(iz).$$
