Prüfung aus Mathematik 2 für MB + VT

am 6. März 2003

Zuname: ....

Vorname: ....

Kennzahl: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 150 Minuten!

1. Berechnen Sie
   (a) $\int_1^3 \int_1^{x^2} \frac{2x}{y^2}\, dydx$ durch Vertauschung der Integrationsreihenfolge.
   (b) den Flächeninhalt der Ellipse $16x^2 + y^2 = 16$ durch geeignete Transformation auf Polarkoordinaten.

2. Bestimmen Sie eine Lösung des folgenden Anfangswertproblems durch Variation der Konstanten

$$y'' + 4y = 2e^x \quad , \quad y(0) = 2 \quad , \quad y'(0) = 0$$

3. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der partiellen Differentialgleichung

$$u_x + xu_y - u^2 = 0$$

4. Gegeben sei das Vektorfeld $v(x, y, z) = \begin{pmatrix} xy^2 \\ x^2y \\ y \end{pmatrix}$
   (a) Berechnen Sie $\mathrm{rot}(v)$ und $\mathrm{div}(v)$.
   (b) Berechnen Sie

$$\iint\limits_F v dO,$$

   wobei F die Oberfläche (Mantel, Boden und Deckel) des Zylinderabschnitts $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 1, -1 \leq z \leq 1\}$ sei.

5. Es sei $f(x, y) = sin(x)sin(y)sin(x + y)$ mit $x, y \geq 0$ und $x + y \leq \pi$.
   (a) Bestimmen Sie die Maximalstellen von f.
   Hinweis: Beachten Sie, dass $f(x, y) \geq 0$ gilt und vereinfachen Sie Ihre Ergebnisse mittels der Identität $\sin(a + b)\cos(a) + \cos(a + b)\sin(a) = \sin(2a + b)$.
   (b) Bestimmen Sie mittels der Lagrangeschen Regel ein Gleichungssystem zur Lösung des obigen Optimierungsproblems unter der Nebenbedingung $x + y = \frac{\pi}{2}$.