Prüfung aus Mathematik 2 für MB

am 6. Dezember 2002

Zuname: ....

Vorname: ....

Kennzahl: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 150 Minuten!

1. Es sei $f(x,y) = (4x^2 + y^2)e^{-x^2-4y^2}$.

   (a) Bestimmen Sie Lage und Art der lokalen Extrema von f.
   Hinweis: Benutzen Sie ohne Rechnung:

   $$\begin{aligned} f_{xx} &= (16x^4 + 4x^2y^2 - 40x^2 - 2y^2 + 8)e^{-x^2-4y^2} \\ f_{xy} &= (64x^3y + 16xy^3 - 68xy)e^{-x^2-4y^2} \\ f_{yy} &= (256x^2y^2 + 64y^4 - 32x^2 - 40y^2 + 2)e^{-x^2-4y^2} \end{aligned}$$

   (b) Bestimmen Sie die globalen Extrema von f auf der Ellipse $E := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+4y^2 = 1\}$.
   Hinweis: Beachten Sie, dass $e^{-x^2-4y^2}$ auf E konstant ist.

2. Berechnen Sie

   (a) $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \pi \cos(\frac{\pi}{2}x^3)dxdy$ durch Vertauschung der Integrationsreihenfolge.

   (b) den Flächeninhalt der Ellipse $4x^2 + 9y^2 = 36$ durch geeignete Transformation auf Polarkoordinaten.

3. Lösen Sie folgendes Anfangswertproblem mittels Laplace-Transformation:

   $$\begin{aligned} y_1' &= -2y_1 + 2y_2 \\ y_2' &= \frac{3}{2}y_1 + 5e^{-2t} \\ y_1(0) &= y_2(0) = 0 \end{aligned}$$

   Bestimmen Sie hierfür zunächst y_1 und ermitteln Sie y_2 durch einsetzen von y_1.

4. Entwickeln Sie $f(x) = |cos(x)|$, $x \in \mathbb{R}$ in eine Fourierreihe.

   Hinweis: Bedenken Sie bei der Bestimmung der Koeffizienten den Typ der gegebenen Funktion.

5. Bestimmen Sie alle Funktionen f, so dass $u(x,y) = f(x-y)$ Lösung der Differentialgleichung

   $$u_{xx} + u_{yy} = 2sin(x-y)$$

   ist. Zeigen Sie, dass diese Differentialgleichung mittels $v(x,y) = u(x,y) + sin(x-y)$ in eine Laplacesche Differentialgleichung überführt wird.