

Prüfung aus Mathematik 2 für MB
am 13. Juni 2002

Zuname:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 150 Minuten!

1. Bestimmen Sie die Maxima der Funktion

$$f(x, y) = 3x^2 + 4xy + 3y^2$$

unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 2$.

2. (a) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Ellipse $x^2 + 4y^2 = 4$ mit Hilfe der Substitution $x = 2r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$.
(b) Für welchen Parameterwert $\lambda \in \mathbb{R}$ ist das Vektorfeld

$$\mathbf{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \lambda xyz + z^2 \\ x^2 z \\ x^2 y + 2xz \end{pmatrix}$$

ein Potentialfeld?

3. (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von $y'' - 4y' + 13y = 10xe^x$.
(b) Sind die Lösungen der Differentialgleichung in (a) stabil?
Erklären Sie den Begriff *asymptotische Stabilität*.
(c) Lösen Sie das Sturm-Liouvillesche Eigenwertproblem

$$y'' + \lambda y = 0 \quad \text{RB: } y'(0) = y(\pi) = 0.$$

D. h.: Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenfunktionen.

4. (a) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' - y' - 2y = 2t \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = 0$$

mit Hilfe der Laplacetransformation.

(b) Zeigen Sie $\frac{d}{ds} \mathcal{L}\{f(t)\}(s) = -\mathcal{L}\{tf(t)\}(s)$.

5. Bestimmen Sie die Fourierreihe der Funktion $f(x) = |x|$ für $x \in [-2, 2)$ mit Periode 4.
Welche Werte hat die Fourierreihe für $x = 1$?