Prüfung aus Mathematik 2 für MB

am 18. Oktober 2002

Zuname: ....

Vorname: ....

Kennzahl: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 150 Minuten!

---

1. (a) Bestimmen Sie die Extrema (und Typ, also Maximum oder Minimum) der Funktion $f(x, y) = x^2 + y^3$ unter der Nebenbedingung $x + y = 1$.

   (b) Vertauschen Sie die Integrationsreihenfolge und berechnen Sie:

$$\int_{x=1}^{3} \int_{y=1}^{x^2} \frac{x}{y} dy dx$$

---

2. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = (x+2)e^{-x} - 3 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

   (a) mit Laplacetransformation.

   (b) mit der Methode der unbestimmten Koeffizienten.

---

3. Es ist nachzuweisen, dass durch $\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} 2xy \\ x^2 + 2yz \\ y^2 + 1 \end{pmatrix}$ ein konservatives Vektorfeld gegeben ist.

   Geben Sie weiters sein Potential an und berechnen Sie für eine von $(1, -2, 1)$ zu (u, v, w) führende Kurve C das Integral $\int_C \boldsymbol{u} \, d\boldsymbol{x}$.

---

4. Bestimmen Sie den Schwingungszustand $z(x, t)$, $0 \leq x \leq 1$, $t \in \mathbb{R}^+$ einer beidseitig eingespannten Saite, die anfangs die Form

$$z(x, 0) = f(x) = \frac{1}{2} - |\frac{1}{2} - x|$$

   hat und losgelassen wird.

   Hinweis: Lösen Sie die Schwingungsgleichung $z_{tt} = c^2 z_{xx}$ mit den Randbedingungen $z(0, t) = z(1, t) = 0$ und den Anfangsbedingungen $z(x, 0) = f(x)$, $z_t(x, 0) = 0$.

---

5. Lösen Sie das inhomogene Differentialgleichungssystem

$$y' = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -6 & 1 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 43 \\ 20x - 2 \end{pmatrix}.$$