Prüfung aus Mathematik 2 für MB (neu)

am 24. Jänner 2003

Zuname: . . . .

Vorname: . . . .

Kennzahl: . . . .

Mat.Nr.: . . . .

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 150 Minuten!

---

1. Bestimmen Sie die Extrema von $f(x,y,z) = x(y+z)$ über R^3 unter den Nebenbedingungen $g(x,y,z) = x^2+y^2+z^2-1 = 0$ und $h(x,y,z) = x+y+z = 0$.

---

2. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} y'' - 2y' + 5y = e^x \sin(2x) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

---

3. (a) Lösen Sie die Indexgleichung für die Differentialgleichung $y'' + \dfrac{3x-1}{x^2-x}y' + \dfrac{1}{x^2-x}y = 0$ und geben Sie die Bauart einer nichttrivialen Lösung dieser Differentialgleichung an.

   Hinweis: Die Differentialgleichung ist von der Gestalt $y'' + \frac{p(x)}{x}y' + \frac{q(x)}{x^2}y = 0$

   (b) Entwickeln Sie die Funktion $f(x,y) = x^2+xy+2x-3y+9$ mit Hilfe der Taylorformel nach Potenzen von $x+1$ und $y-2$.

---

4. Vom Vektorfeld $\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} y \\ -x-2xz \\ -xy \end{pmatrix}$ ist über die oberhalb der x-y-Ebene gelegene Halbkugel $D:\ x^2+y^2+z^2 = 1$ das Oberflächenintegral $\iint\limits_D \boldsymbol{u}\, d\boldsymbol{O}$ zu ermitteln.

   Hinweis: Es handelt sich um die obere Halbkugel exklusive der Äquatorkreisscheibe!

---

5. Eine Saite der Länge l wird mit einem sehr dünnen Hammer an der Stelle $x = x_0$ $(0 < x_0 < l)$ angeschlagen. Beschreiben Sie den Zustand der Saite im Zeitpunkt t.

   Hinweis: Lösen Sie $z_{tt} = c^2 z_{xx}$ mit $z(x,0) = 0$ und $z_t(x,0) = \begin{cases} 0 & 0 \le x < x_0 \\ \alpha/\varepsilon & x_0 \le x \le x_0+\varepsilon \\ 0 & x_0+\varepsilon < x \le l \end{cases}$

   mit α konstant; führen Sie dann den Grenzübergang $\varepsilon \to 0$ durch!
