

**Prüfung aus Mathematik 1 für MB und BI
am 7. März 2002**

Zuname:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 150 Minuten!

1. a) Für welche reellen Zahlen x konvergiert $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$?

b) Zeigen Sie:

$$\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}\right) \cdot \left(\sum_{l=0}^{\infty} \frac{y^l}{l!}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+y)^n}{n!}$$

c) Was bedeutet diese Identität?

2. a) Berechnen Sie den Konvergenzradius und untersuchen Sie das Verhalten am Rand des Konvergenzintervalls:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n-1} x^n$$

b) Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{1-x}$$

in eine Taylorreihe mit Entwicklungspunkt $x_0 = -2$.

3. a) Berechnen Sie $\int \frac{2x+5}{x^2+4x+5} dx$.

b) Untersuchen Sie, ob die folgenden Integrale konvergieren!

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1+e^x}} dx \quad \int_1^{\infty} \frac{1+e^{-x}}{x} dx$$

4. Berechnen Sie die Determinante der Matrix A und die Inverse A^{-1} . Wieso ist A invertierbar?

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

5. a) Lösen Sie die folgende Differentialgleichung zweiter Ordnung:

$$3y'' - 18y' + 27y = 0$$

b) Zeigen Sie, dass die Lösungen dieser Differentialgleichung einen Vektorraum bilden! Geben Sie eine Basis für diesen an!

c) Erklären Sie die Begriffe *Basis* und *Dimension* eines Vektorraums!
