

**Prüfung aus Mathematik 1 für MB und BI
am 13. Juni 2002**

Zuname:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 150 Minuten!

1. a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

$$\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

b) Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz bzw. absolute Konvergenz:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$$

2. a) Linearisieren Sie $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ für kleine Werte von $|x|$, also

$$\frac{1-x}{1+x} \sim c_0 + c_1x$$

b) Berechnen Sie die folgenden Limiten:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(3x)}{\sin^2(x)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right)$$

3. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale:

$$\int \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx \quad \int e^{2x} \cos(2x) dx \quad \int \frac{dx}{x(x^2 + 1)}$$

4. Gegeben sei die vom Parameter s abhängige Matrix $A(s)$:

$$A(s) = \begin{pmatrix} 2+s & 1 & 2 \\ -3-s & -s & 4s \\ 5+2s & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

a) Für welche Werte von $s \in \mathbb{R}$ ist die Matrix $A(s)$ singular?

b) Lösen sie das Gleichungssystem

$$A(-1) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

(Sie setzen also $s = -1$ und lösen dann das Gleichungssystem!)

c) Wie viele verschiedene Fälle können beim Lösen eines linearen Gleichungssystems auftreten bzw. welcher Fall tritt in b) ein?

5. Lösen Sie die Differentialgleichung $y' = 2x(y - 1)$, $y(0) = -1$.
