

**Prüfung aus Mathematik 2 für WI**  
**am 2. Mai 2002**

Zuname: .....  
Vorname: .....  
Kennzahl: .....  
Mat.Nr.: .....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!  
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!  
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. (a) Entwickeln Sie die Funktion  $f(x, y) = x^2 + x^2y - 2x - y$  mit Hilfe der Taylorformel bis zu Termen 2. Ordnung mit Entwicklungspunkt  $(1, 0)$ .  
(b) Bestimmen Sie die Extremwerte der Funktion

$$f(x, y) = x^2 + x^2y - 2x - y$$

im Quadrat  $D: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1$ .

Untersuchen Sie insbesondere das Verhalten der Funktion am Rand des Quadrats.

2. (a) Gegeben ist das Vektorfeld  $\mathbf{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie das Oberflächenintegral

$$\iint_D \mathbf{v} \, d\mathbf{o}, \text{ wobei } D \text{ die Oberfläche der Halbkugel } x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \text{ und } y \geq 0 \text{ ist.}$$

- (b) Berechnen Sie die Richtungsableitung der Funktion  $g(x, y) = xe^{yx^2}$  in Richtung  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  an der Stelle  $(-2, 1)$ .

3. (a) Zeigen Sie, dass das Vektorfeld  $\mathbf{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2xy + 1 \\ x^2 + 2yz \\ y^2 \end{pmatrix}$  ein Potentialfeld ist und berechnen Sie die zugehörige Potentialfunktion.

- (b) Berechnen Sie das Kurvenintegral  $\int_C \mathbf{v} \, d\mathbf{x}$  über die Kurve

$$\mathcal{C} : \quad \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} \sin t \\ -1 \\ \cos t \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

4. (a) Löse:  $yy' = x, y(0) = -1$   
(b) Wie lautet die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$(x \cos y + \sin x)y' + y \cos x + \sin y = 0?$$