

Prüfung aus Mathematik 2 für WI
am 7. März 2002

Zuname:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. (a) Berechnen Sie das Volumen der Halbkugel

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \quad z \geq 0.$$

- (b) Vertauschen Sie bei

$$\int_0^9 \int_{\sqrt{y}}^3 f(x, y) \, dx \, dy$$

die Integrationsreihenfolge.

Geben Sie eine Eigenschaft der Funktion f an, die gewährleistet, dass sich durch das Vertauschen der Wert des Integrals nicht ändert.

2. (a) Bestimmen Sie den Wert des Parameters a so, dass das Vektorfeld $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2xy - 1 \\ ax^2 + 3y^2 \end{pmatrix}$ konservativ ist. Berechnen Sie in diesem Fall auch die zugehörige Potentialfunktion.

- (b) Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_C \mathbf{v} \, d\mathbf{x}$ für $a = 1$, wobei die Kurve C den im mathematisch positiven Sinn durchlaufenen Ellipsenbogen $x^2 + 2y^2 = 1$ mit $y \geq 0$ bezeichnet.

3. (a) Ist das Anfangswertproblem

$$xy' - 2x^3y^2 + y = 0 \quad y(0) = y_0$$

für alle Werte y_0 eindeutig lösbar?

- (b) Löse das Anfangswertproblem

$$xy' - 2x^3y^2 + y = 0 \quad y(1) = 1$$

mit Hilfe der Substitution $u = xy$.

- (c) Löse die Differentialgleichung

$$y''' - 3y'' + 4y' - 2y = x.$$

Sind diese Lösungen stabil?