Prüfung aus Mathematik 2 für WI

am 12. Dezember 2003

Zuname: ....

Vorname: ....

Kennzahl: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. (a) Berechnen Sie Minimum $\min f$ und Maximum $\max f$ von $f(x,y) = xye^{x^2+y^2}$ auf $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$.
   (b) Berechnen Sie das Volumen V des Bereichs $\{(x,y,z)|0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1,\ 0 \le z \le f(x,y)\}$.
   (c) Warum gilt $\min f \le V \le \max f$. Erläutern Sie den Zwischenwertsatz.

2. Bestätigen Sie, daß $\frac{1}{3} + \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}\cos(n\pi x)$ die Fourierreihe von $f(x) = x^2$ ist, $x \in (-1,1]$, Periode 2.
   (a) Gegen welche Werte konvergiert diese Fourierreihe? Was sagt der Satz von Dirichlet?
   (b) Berechnen Sie möglichst einfach die Fourierreihe von $g(x) = x$, $x \in (-1,1]$, Periode 2. Gegen welche Werte konvergiert diese Fourierreihe?

3. Zeigen Sie, daß $v = \begin{pmatrix} 2xy \\ x^2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ein konservatives Vektorfeld ist.

4. (a) Geben Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$2y\,dx - x\,dy = 0$$

   an, indem Sie einen integrierenden Faktor berechnen, der
   i) nur von x
   ii) nur von y abhängt.