**Prüfung aus Mathematik 2 für WI**

**am 19. März 2004**

Zuname: ........................

Vorname: .......................

Kennzahl: .......................

Mat.Nr.: ........................

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. (a) Berechne $\iint\limits_B (x^2 + y^2)dxdy$, wobei $B$ das Dreieck mit den Eckpunkten $(0,0)$, $(0,2)$ und $(2,0)$ ist.

   (b) Gesucht sind die wärmsten und die kältesten Punkte auf der Sphäre $x^2+y^2+z^2 = 1$ bei einer Temperaturverteilung $T = xy + xz$.

2. (a) Es sei $g(x,y) = y^2(x^2 + y^2 - 2x + 1)$.

   i. Berechnen Sie den Gradienten der Funktion $g$.

   ii. Entwickeln Sie die Funktion $g$ nach Potenzen von $x - 1$ und $y$. (Taylorformel!)

   iii. Besitzt die Funktion $g$ an der Stelle $(x_0, y_0) = (1,0)$ einen lokalen Extremwert? Wenn ja, handelt es sich um ein Maximum oder ein Minimum?
   Hinweis: Beachte (ii)!

   (b) Die Funktion $F : \mathbb{R}^2 \setminus \{0,0\} \to \mathbb{R}$ sei durch

$$F(x,y) := f\left(\frac{xy}{x^2+y^2}\right)$$

   definiert, wobei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine beliebige differenzierbare Funktion ist. Zeige, dass die Funktion $F$ die Differentialgleichung $xF_x + yF_y = 0$ erfüllt.

3. (a) Ist die Differentialgleichung

$$e^x(x+y)y' + e^x(x+y) - 1 = 0$$

   exakt?

   (b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung aus (a) mit Hilfe eines integrierenden Faktors.

   (c) Geben Sie insbesondere jene Lösung $y(x)$ aus (b) an, die die Anfangsbedingung $y(0) = -1$ erfüllt.