**Prüfung aus Mathematik 2 für WI**

**am 24. Oktober 2003**

Zuname:.......................

Vorname:......................

Kennzahl:......................

Mat.Nr.:.......................

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. (a) Berechnen Sie die Richtungsableitung der Funktion $f(x,y) = e^{-x^2-y^2}$ im Punkt $P(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ in Richtung $\boldsymbol{e} = \frac{1}{\sqrt{10}}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.

   (b) Bestimme die Extrema der Funktion $f(x,y) = e^{-x^2-y^2}$ unter der Nebenbedingung $x+y=1$. Handelt es sich um Maxima oder Minima?

   (c) Besitzt die Funktion $f(x,y) = e^{-x^2-y^2}$ an der Stelle $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ ein lokales Extremum?

2. (a) Für welchen Wert des Parameters $a \in \mathbb{R}$ ist das Vektorfeld $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix}2xy - z\\ ax^2+1\\ -x\end{pmatrix}$ konservativ? Berechnen Sie die zugehörige Potentialfunktion.
   Berechnen Sie weiters für $a=1$ das Kurvenintegral $\int_\gamma \boldsymbol{v}_1\, d\boldsymbol{x}$, wobei $\gamma$ die geradlinige Verbindung der Punkte $P_1(0,0,0)$ und $P_2(2,2,2)$ ist.

   (b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Ellipse $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$.
   Hinweis: Benutzen Sie die Substitution $x = ar\cos t$, $y = br\sin t$.

3. (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + y' - 2y = 0.$$

   Bilden die Funktionen $y_1(x) = e^x$, $y_2(x) = 2e^{-2x}$ ein Fundamentalsystem von Lösungen? Bilden die Funktionen $y_3(x) = e^x - e^{-2x}$, $y_4(x) = e^{-2x} - e^x$ ein Fundamentalsystem von Lösungen? Begründung!

   (b) Bestimmen Sie jene Lösung der Differentialgleichung

$$x^2(x+1)y' + x^2y - 1 = 0,$$

   die die Anfangsbedingung $y(1) = 1$ erfüllt.
   Hinweis: Es gibt einen integrierenden Faktor, der nur von $x$ abhängt.