

**Prüfung aus Mathematik 2 für WI-MB
am 29. 4. 2005**

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 90 Minuten

Zuname:
Vorname:
Kennzahl / Mat.Nr.:

1.) a) Entwickeln Sie $z = f(x, y) = x^2 - xy + y^2$ mit Hilfe der Taylorformel nach Potenzen von $x - 1$ und $y + 2$ (Entwicklungspunkt also $(x_0, y_0) = (1, -2)$).

b) Wie lautet die Tangentialebene im Punkt $(1, -2, z)$?

c) Wie ist der Parameter b zu wählen, damit die Fläche $z = x^2 + 2bxy + y^2$ ausschließlich aus parabolischen Punkten besteht? Um welche Art von Fläche handelt es sich in diesem Fall?

2.) a) Lösen Sie mittels Laplacetransformation die Differentialgleichung $y'' + y = 1 + \sin t$ (ungedämpfte Schwingung mit Erregung) unter der Anfangsbedingung $y(0) = y'(0) = 0$. Ist die Lösung beschränkt?

b) Welche Sätze über die Laplacetransformation werden für die Aufgabe a) benötigt?

3.) a) Die Dichte $\rho(z)$ der Luft ist eine Funktion der Höhe z über dem Meeresspiegel. Bis ca. 10 000 m gilt näherungsweise $\rho(z) = e^{-\frac{z}{8000}}$ (ρ in kg/m^3 , z in m gemessen). Berechnen Sie die Masse M der Luft, die in einem Kreiszyylinder Z mit Radius 1 m und Höhe 10 000 m enthalten ist, also das Integral

$$M = \iiint_Z \rho(z) \, dx \, dy \, dz \quad (Z : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 10\,000).$$

b) Schreiben Sie auf, was Sie über die Berechnung von Dreifachintegralen wissen.