Prüfung aus Mathematik (2) für BI

am 5.10.2001

Zuname: ....

Vorname: ....

Kennzahl: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 150 Minuten

1.) a) Lösen Sie $\dot{\boldsymbol{y}} = A\boldsymbol{y}$ mit $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ mit der Eigenwert-Eigenvektormethode.

b) Wie lautet der <u>Ansatz</u> für eine Partikulärlösung des inhomogenen Systems $\dot{\boldsymbol{y}} = A\boldsymbol{y} + \boldsymbol{a}\mathrm{e}^{2t}$, wobei $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{R}^3$ ein gegebener (konstanter) Vektor ist ?

2.) Lösen Sie die autonome Differentialgleichung $y'' = y'\mathrm{e}^y$.

3.) Gegeben sei eine ebene Strömung mit Geschwindigkeitsfeld $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Berechnen Sie den Durchsatz pro Zeiteinheit durch die Ellipse $x = \cos t,\ y = 2\sin t\ (0 \le t < 2\pi)$ mit Hilfe des Satzes von Green (Variante II). Was hat die Aufgabenstellung mit der Leibnizschen Sektorformel zu tun?

4.) a) Bestimmen Sie die Fourierreihe zur Funktion

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \ldots \ -\pi < x < 0 \\ \ \ 1 & \ldots \quad 0 < x < \pi \end{cases} \qquad \text{(Periode } 2\pi) ,$$

und skizzieren Sie den Verlauf der Partialsummen $s_1 = b_1 \sin x$ und $s_3 = b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + b_3 \sin 3x$.

b) Die Parsevalsche Gleichung vereinfacht sich in diesem Fall zu $\|f\|^2 = \pi \sum_{k=1}^{\infty} b_k^2$ (warum?). Gewinnen Sie damit aus dem Resultat von a) eine Reihendarstellung für π^2.

5.) Bestimmen Sie eine möglichst allgemeine Lösung der partiellen DG $u_{xx} - 4u_{xy} + u_{yy} = 0$. Hinweis: Nach entsprechender Variablentransformation ergibt sich eine Schwingungsgleichung, für welche die Lösung nach d'Alembert hinzuschreiben ist; anschließend ist rückzutransformieren.