Prüfung aus Mathematik 2 für MB

am 17. Juni 2005

Zuname: ....

Vorname: ....

Kennzahl: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 150 Minuten!

1. (a) Seien $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$ die ersten drei Ziffern Ihrer Matrikelnummer. Konstruieren Sie das charakteristische Polynom, welches $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$ als Nullstellen hat und geben Sie die zugehörige lineare Differentialgleichung $y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0$ an. Lösen Sie diese Differentialgleichung.

   (b) Erläutern Sie die Ansatzmethode. Bestimmen Sie mit der Ansatzmethode die Lösung der inhomogenen Differentialgleichung $y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = \sin x$. ($a_0, a_1, a_2$ aus (a).)

   (c) Wie müßte Ihre Matrikelnummer lauten, damit in dieser Differentialgleichung Resonanz (d.h. Lösungen der Form $x \sin x, x \cos x$) auftreten kann?

2. (a) Berechnen Sie die Minima und Maxima von $f(x, y) = x^2 + 4\,y^2$ auf dem Bereich $B = \{(x, y) \,|\, 4\,x^2 + y^2 \leq 1\}$. Diskutieren Sie dabei auch die Randextrema.

   (b) Lösen Sie:

$$y'' = y' e^y,\ y(0) = 2, y'(0) = 1$$

3. (a) Geben Sie den Satz von Gauss an.

   (b) Bestättigen Sie den Satz von Gauss für den Zylinder $C = \{(x, y, z) \,|\, x^2 + z^2 \leq 1, -1 \leq y \leq 2\}$ und das Vektorfeld $v = \begin{pmatrix} z \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

4. (a) Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenfunktionen des Sturm-Liouvillesche Problems

$$X''(x) + \lambda\, X(x) = 0,\ X(0) = X(1) = 0.$$

   und entwickeln Sie $f(x) = 2\,\sin(\pi\, x) + \sin(5\,\pi\, x)$ nach den Eigenfunktionen.

   (b) Was bedeuten die folgenden Begriffe?

      i. Sturm-Liouvillesches Problem
      ii. Eigenwert eines Sturm-Liouvilleschen Problems
      iii. Eigenfunktion eines Sturm-Liouvilleschen Problems