

**Prüfung aus Mathematik 2 f. WI-MB**  
**am 28. Jänner 2005**

ZUNAME:.....  
Vorname:.....  
Kennzahl:.....  
Mat.Nr.:.....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!

Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!

Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. Es sei  $z = f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2 + \frac{1}{3}(y - 1)^3$ .
  - (a) Untersuchen Sie Art und Lage der Nullstellen von  $(f_x, f_y)$ .
  - (b) Minimieren Sie die Funktion unter der Nebenbedingung  $x + 2y - 5 = 0$ .
  - (c) Geben Sie an, in welcher Richtung die Funktion  $f(x, y)$  im Punkt  $(3, 1)$  am stärksten fällt und begründen Sie das Ergebnis. Wie stark ist der Abfall?
2. Ist die Differentialgleichung  $(x \sin y + y \cos y)dx + (x \cos y - y \sin y)dy = 0$  exakt? Wie lautet ein geeigneter integrierender Faktor? Geben Sie die allgemeine Lösung an.
3. (a) Die Funktionen  $x^3$  und  $x^4$  bilden ein Fundamentalsystem von Lösungen einer bestimmten homogenen linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung. Bestimmen Sie diese Differentialgleichung.  
*Hinweis: Wählen Sie als Ansatz  $x^2y'' + axy' + by = 0$  und berechnen Sie a und b.*
  - (b) Stellen Sie die zu der Differentialgleichung gehörige Indexgleichung auf und lösen Sie sie.
  - (c) Geben Sie die eindeutige Lösung zu den Anfangswerten  $y(1) = 3$  und  $y'(1) = 0$  an.
4. (a) Berechnen Sie mittels partieller Integration die Fourier-Reihe  $s_n(x)$  zur Funktion  $y = x$  im Intervall  $(-\pi, \pi)$ .  
*Hinweis zur Kontrolle:  $b_k = \begin{cases} \frac{2}{k}, & \text{falls } k = 1, 3, 5, \dots \\ -\frac{2}{k}, & \text{falls } k = 2, 4, 6, \dots \end{cases}$* 
  - (b) Diskutieren Sie die Konvergenzeigenschaften von  $s_n(x)$  mithilfe des Satzes von Dirichlet.
  - (c) Benutzen Sie (a), um einen Ausdruck für die Reihe  $S_1 = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$  zu erhalten.