

Prüfung aus Mathematik 2 f. WI
am 3. März 2006

ZUNAME:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. Sei $f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + 3x^2 + 2y^2$, a_0, a_1, a_2 konstant.
 - (a) Wie lautet die Gleichung der Tangentialebene von $f(x, y)$ im Punkt $P = (x_0, y_0, f(x_0, y_0))$?
 - (b) Bestimmen Sie die Koeffizienten a_0, a_1, a_2 so, dass die Ebene $\epsilon : 6x - 4y - z + 4 = 0$ eine Tangentialebene an $f(x, y)$ im Punkt $(2, 0, z_t)$ ist. (Zur Kontrolle: $f(x, y) = 16 - 6x - 4y + 3x^2 + 2y^2$.)
 - (c) Berechnen Sie das lokale Extremum von $f(x, y)$ und überprüfen Sie, ob ein Minimum oder ein Maximum vorliegt.
2.
 - (a) Lösen Sie die autonome Differentialgleichung $\ddot{x} = -\dot{x}/x^2$, $x(1) = \dot{x}(1) = 1$. (Hinweis: Integrationskonstanten mittels Anfangswerten gleich bestimmen!)
 - (b) Überprüfen Sie Ihr Ergebnis aus (a), indem Sie die Probe machen.
 - (c) Wann ist die Lösung einer Differentialgleichung 2. Ordnung stabil bzw. asymptotisch stabil?
3. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < \pi/4, \\ 1/2 & \pi/4 \leq x < 3\pi/4, \\ 0 & 3\pi/4 \leq x < 5\pi/4, \\ 1/2 & 5\pi/4 \leq x < 7\pi/4, \\ 1 & 7\pi/4 \leq x < 2\pi, \end{cases}$$

2π -periodisch fortgesetzt.

- (a) Skizzieren Sie die Funktion und bestimmen Sie ihre Fourierreihe. (Hinweis: $\cos(\pi/4) = \sin(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$.)
- (b) Welchen Wert nimmt die Fourierreihe an $x = \pi/4$ und $x = \pi$ an?