

Prüfung aus Mathematik 2 f. WI
am 28. April 2006

ZUNAME:

Vorname:

Kennzahl:

Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. Sei $f(x, y) = e^{x^2+y^2} - e$.
 - (a) Berechnen Sie die Extremwerte von $f(x, y)$ unter der Nebenbedingung $y - x = 1$.
 - (b) Was besagt der Satz über implizite Funktionen?
 - (c) Bestimmen Sie das Taylorpolynom inklusive quadratischer Terme der Funktion $g(x)$, welche durch $g(0) = 1$ und $f(x, g(x)) = 0$ gemäß des Satzes über implizite Funktionen definiert ist, um den Punkt $(0, 1)$.

2. Sei $v = \begin{pmatrix} z \\ z \\ x + y + 1 \end{pmatrix}$ ein Vektorfeld im \mathbb{R}^3 .
 - (a) Zeigen Sie, dass v ein Potentialfeld ist, und bestimmen Sie die Potentialfunktion von v .
 - (b) Gegeben sei weiters die Kurve $C: x = \sin(\phi/4) \cos(\phi)$, $y = \sin(\phi/4) \sin(\phi)$, $z = \phi^2$, $0 \leq \phi \leq 4\pi$. Berechnen Sie $\int_C v dx$.

3.
 - (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung $y''' + y' + 10y = 0$ (Hinweis: Eine Nullstelle des charakteristischen Polynoms ist -2).
 - (b) Sind die Lösungen dieser Gleichung stabil?
 - (c) Lösen Sie $y''' + y' + 10y = \cos(x)$ mit der Methode der unbestimmten Koeffizienten.