

Prüfung aus Mathematik 2 f. WI
am 2. März 2007

ZUNAME:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. (a) Berechnen Sie das Oberflächenintegral

$$\int \int_F v dO,$$

wobei F das im 1. Oktanten ($= \{(x, y, z) : x > 0, y > 0, z > 0\}$) liegende Stück der Kugel­fläche $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ sei und $v = \begin{pmatrix} z \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- (b) Weisen Sie nach, dass $v = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$ ein Potentialfeld ist und bestimmen Sie das Potential. Geben Sie eine Eigenschaft von Kurvenintegralen über Potentialfeldern an.
2. Lösen Sie das Anfangswertproblem $y''' - y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$, mittels
- (a) Laplacetransformation.
(b) Potenzreihenansatz (die ersten 5 Koeffizienten der Potenzreihe (d.h. bis x^4) sind zu berechnen).
3. (a) Pirat Paul entwickelt eine neue Augenklappe für seine Kollegen. Er hat insgesamt 11 Goldmünzen zur Verfügung und weiß, dass er $f(x, y) = 50x^{1/3}y^{3/2}$ einnimmt, wenn er $x > 0$ Goldmünzen in die Entwicklung und $y > 0$ Goldmünzen in die Werbung investiert. Ermitteln Sie, unter Verwendung der Lagrangeschen Multiplikatoren, x und y so, dass Paul's Gewinn maximal wird.
(b) Bestimmen Sie eine Lösung der autonomen Differentialgleichung

$$\ddot{x} = (\dot{x})^3.$$

Hinweis: Integrationskonstanten nicht vergessen.