

Prüfung aus Mathematik 2 f. WI
am 24. November 2006

ZUNAME:

Vorname:

Kennzahl:

Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. (a) Bestimmen Sie den größten Anstieg der Fläche $f(x, y) = x^y$ im Punkt $(1, 2, z)$, d.h. berechnen Sie den Wert der Richtungsableitung in Richtung des maximalen Anstiegs. (Hinweis: Um $f(x, y)$ zu differenzieren, ist die Auflösung der Potenz mit der Exponential- und der Logarithmusfunktion hilfreich.)
- (b) Der Schatz des Piraten Paul hat ein Volumen von $V = 16$ Einheiten. Paul möchte eine möglichst billige quaderförmige Schatztruhe mit Höhe h und quadratischer Grundfläche mit Seitenlänge x bauen. Angenommen das Material für die Seitenwände kostet eine Goldmünze pro Flächeneinheit und das Material für Deckel und Boden kostet 2 Goldmünzen pro Flächeneinheit.
Helfen Sie Paul beim Sparen und bestimmen Sie x und h mit Hilfe der Methode der Lagrangeschen Multiplikatoren so, dass die Kosten für das verwendete Material (unter der Nebenbedingung $V = hx^2 = 16$) minimal werden.

2. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' - y' - 2y = e^{2x}, \quad y(0) = y'(0) = 0,$$

- (a) mit dem Ansatz der unbestimmten Koeffizienten und
 - (b) mittels Laplace Transformation (Anleitung: Partialbruchzerlegung).
3. (a) Skizzieren Sie jenen Bereich, der von den Parabeln $y = x^2$ und $y = \sqrt{x}$ begrenzt wird. Berechnen Sie den Inhalt dieses Bereichs mittels Doppelintegral.
- (b) Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2}$$

entlang des geschlossenen (einmal gegen den Uhrzeigersinn durchlaufenen) Kreises mit Radius 1 und Mittelpunkt 0 direkt (d.h. ohne Integralsatz). Könnte aufgrund Ihres Ergebnisses das zugrundeliegende Vektorfeld ein Potentialfeld sein (Die Potentialfunktion ist gegebenenfalls nicht zu berechnen!)? Begründen Sie Ihre Antwort.