

8. Übungsblatt - Mathematik 3 für MB - WS 2011

36. Bestimmen Sie mittels Charakteristiken-Methode möglichst allgemeine explizite Lösungen der Gleichungen

(a) $2u_x + 3u_y = 0$.

(b) $yu_x - 3xu_y = 0$.

(c) $u_x - e^x u_y = 0$.

37. Bestimmen Sie mittels Charakteristiken-Methode möglichst allgemeine explizite Lösungen der Gleichung

$$(1+x)u_x - (1+y)u_y = y - x$$

Hinweis: Eine partikuläre Lösung lässt sich auch z.B. mit Hilfe des Ansatzes $u_p(x, y) = \alpha x + \beta y + \gamma$ verschaffen.

38. Bestimmen Sie mittels Charakteristiken-Methode jene Lösung der Gleichung

$$u_t + uu_x = 2,$$

für welche der Graph $(t, x, u(t, x))$ die Strecke $\{(0, s, s) : -2 \leq s \leq 2\}$ enthält.

Hinweis: Wenn Sie richtig gerechnet haben, ergibt sich einerseits die implizite Darstellung

$$u(t, x) - 2t = g\left(\frac{u^2}{4} - x\right)$$

und andererseits die Anfangsbedingung $u(0, x) = x$. Daraus läßt sich g bestimmen!

39. Bringen Sie gegebenenfalls auf Normalform und entscheiden Sie welcher Gleichungstyp (elliptisch, hyperbolisch, parabolisch) vorliegt. Die PDE selbst braucht nicht gelöst werden!

(a) $u_{xx} - 2u_x - u_{yy} = 1$

(b) $u_{xx} + 2u_{xy} + 4u_{yy} = 0$

(c) $u_{xx} + u_y + u_x + u_{yy} = 0$

Wie lautet jeweils der Hauptteil der PDE?

40. Lösen Sie die Schwingungsgleichung $u_{tt} = u_{xx}$ für $x \in \mathbb{R}$ und $t \geq 0$ indem Sie die Gleichung der Transformation $X = x + t$ und $T = x - t$ unterwerfen.