
Fehlerkorrigierende Codes, Übungen

Sommersemester 2023

Beispiele für die Übung am 15.6.2023

46. Daten im Umfang von 10^8 bytes sollen über einen Kanal mit byte error rate von 10^{-3} übertragen werden, wobei die Fehler wieder unabhängig sein sollen.
- (a) Wie viele Fehler sind im Mittel zu erwarten, wenn die Daten ohne Verwendung eines fehlerkorrigierenden Codes übertragen werden?
 - (b) Die Daten werden mit Hilfe eines $[12, 8, 5]$ Codes über \mathbb{F}_{2^8} codiert. Die Übertragung erfolge dann mit $1\frac{1}{2}$ facher Geschwindigkeit (d.h. die aufgewendete Zeit für die Übertragung der codierten bzw. der uncodierten Daten ist gleich), was allerdings zu einer Erhöhung der byte error rate auf $2 \cdot 10^{-3}$ führt. Wie viele fehlerhafte Empfangsworte (das sind Worte, die mehr als 2 Fehler aufweisen) treten im Mittel auf? Was kann man über die Anzahl der falsch übertragenen Datenbytes aussagen?
47. Man bestimme die Kreisteilungsklassen von 2 modulo 31.
48. Man bestimme für alle binären BCH-Codes im engeren Sinn der Länge 31 die Dimension und untere Schranken für die Minimaldistanz.
49. Man verwende folgenden Satz von Farr um zu zeigen, dass für die binären BCH-Codes mit $\delta = 3, 5, 7$ aus dem vorigen Beispiel $\delta = d$ gilt.

Satz. *Der binäre BCH-Code der Länge $n = 2^m - 1$ und konstruierter Minimaldistanz $\delta = 2t + 1$ hat Minimaldistanz $d = \delta$ falls*

$$\sum_{i=0}^{t+1} \binom{2^m - 1}{i} > 2^{mt}.$$

50. Ein Code C heißt reversibel, wenn aus $(c_0, c_1, \dots, c_{n-1}) \in C$ folgt $(c_{n-1}, c_{n-2}, \dots, c_0) \in C$. Man zeige: Ein BCH Code mit Generatorpolynom

$$g(x) = \text{kgV}\{m^{(-t)}(x), m^{(-t+1)}(x), \dots, m^{(t)}(x)\}$$

ist reversibel.