
Fehlerkorrigierende Codes, Übungen

Sommersemester 2023

Beispiele für die Übung am 20.4.2023

16. Konstruieren Sie einen selbstdualen Binärkode C (d.h. $C = C^\perp$) der Länge 8, der mind. 1 Fehler korrigieren kann. Gibt es solch einen Code auch schon mit der Länge 6?
17. Man bestimme — ohne Berechnung von Syndromen — ein Standardkorrekturschema für den binären Code mit Generatormatrix

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

und decodiere die Empfangsworte 111011 und 111111.

18. Gegeben sei ein Code über \mathbb{Z}_3 durch seine Kontrollmatrix

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Man bestimme die Syndrome aller Nebenklassenanhänger vom Gewicht 1 und decodiere die Empfangsworte 211122 und 111010.

Wir betrachten folgendes Spiel: Jedem Mitglied eines n -elementigen Teams wird per Zufallsgenerator eine 0 oder 1 zugeordnet (jeweils mit Wahrscheinlichkeit $1/2$). Nach der Zuordnung kann jedes Mitglied des Teams sehen, welche Zahlen den anderen Mitgliedern zugeordnet wurden, seine eigene Zahl ist ihm nicht bekannt. Zu einer vorgegebenen Zeit müssen die Team-Mitglieder gleichzeitig raten, welche Zahl ihnen selbst zugeordnet wurde. Dabei können sie sich allerdings auch der Stimme enthalten. Das Team gewinnt genau dann, wenn mindestens ein Spieler seine Zahl errät und kein Spieler falsch rät. Zwischen den Mitgliedern des Teams ist nach der Zuordnung der Zahlen keinerlei Kommunikation erlaubt.

19. Für $n = 3$ Spieler finde man eine Strategie, mit der das Team mit einer Wahrscheinlichkeit von 75% gewinnt. – Man stelle einen Bezug zwischen der erfolgreichen Strategie und dem binären 3-fach Wiederholungscode her.
20. Für $n = 7$ Spieler finde man eine Strategie, mit der das Team mit einer Wahrscheinlichkeit von 87,5% gewinnt. (Hinweis: Man verwende das Korrekturschema eines (7,4) Hamming Codes für die Lösung.)

Zusatzaufgabe, die keine Verbindung zu Codes hat: Wenn die n Spieler nicht simultan antworten müssen und die Antworten der Mitspieler hören können, für einen Gewinn des Teams aber jeder Spieler seine Zahl richtig erraten muss, dann gebe man eine Strategie an, die — mit der Ausnahme, dass alle dieselbe Zahl zugelost bekommen — immer zum Erfolg führt.