Fehlerkorrigierende Codes, Übungen

Sommersemester 2026

Beispiele für die Übung am 8.6.2026

46. Daten im Umfang von 10^8 bytes sollen über einen Kanal mit byte error rate von 10^{-3} übertragen werden, wobei die Fehler wieder unabhängig sein sollen.

    (a) Wie viele Fehler sind im Mittel zu erwarten, wenn die Daten ohne Verwendung eines fehlerkorrigierenden Codes übertragen werden?

    (b) Die Daten werden mit Hilfe eines $[12, 8, 5]$ Codes über $\mathbb{F}_{2^8}$ codiert. Die Übertragung erfolge dann mit $1\frac{1}{2}$ facher Geschwindigkeit (d.h. die aufgewendete Zeit für die Übertragung der codierten bzw. der uncodierten Daten ist gleich), was allerdings zu einer Erhöhung der byte error rate auf $2 \cdot 10^{-3}$ führt. Wie viele fehlerhafte Empfangsworte (das sind Worte, die mehr als 2 Fehler aufweisen) treten im Mittel auf? Was kann man über die Anzahl der falsch übertragenen Datenbytes aussagen?

47. Man bestimme die Kreisteilungsklassen von 2 modulo 31.

48. Man bestimme für alle binären BCH-Codes im engeren Sinn der Länge 31 die Dimension und untere Schranken für die Minimaldistanz.

49. Man verwende folgenden Satz von Farr um zu zeigen, dass für die binären BCH-Codes mit $\delta = 3, 5, 7$ aus dem vorigen Beispiel $\delta = d$ gilt.

    Satz. *Der binäre BCH-Code der Länge $n = 2^m - 1$ und konstruierter Minimaldistanz $\delta = 2t + 1$ hat Minimaldistanz $d = \delta$ falls*

    $$\sum_{i=0}^{t+1} \binom{2^m - 1}{i} > 2^{mt}.$$

50. Ein Code C heißt reversibel, wenn aus $(c_0, c_1, \ldots, c_{n-1}) \in C$ folgt $(c_{n-1}, c_{n-2}, \ldots, c_0) \in C$. Man zeige: Ein BCH Code mit Generatorpolynom

    $$g(x) = \mathrm{kgV}\{m^{(-t)}(x), m^{(-t+1)}(x), \ldots, m^{(t)}(x)\}$$

    ist reversibel.