Prüfung Mathematik für BI – 28.6.2011

Name/ Matrikelnummer:..

Lösen Sie die Beispiele der Angabe entsprechend, begründen Sie Ihre Antworten, aber fassen Sie sich kurz!

Zum Termin der mündlichen Prüfung (bitte entsprechend kreuzen):
☐ Gemäß meiner EMail möchte ich am 1.7. bzw. am 4.7. geprüft werden, wenn möglich am: ....

☐ Ich möchte in der zweiten Ferienwoche mündlich geprüft werden, wenn möglich am ....

---

1. Gegeben seien die drei Vektoren

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

   (a) Überprüfen Sie anhand der Definition, ob $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ linear unabhängig sind.

   (b) Geben Sie einen Vektor $\boldsymbol{d} \in \mathbb{R}^4$ an, sodass das (4×4)–Gleichungssystem $A\boldsymbol{x} = 0$ eine nichttriviale Lösung $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^4$ besitzt, wobei die Matrix A aus den Spaltenvektoren $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ und $\boldsymbol{d}$ besteht. Begründen Sie Ihre Wahl.

   (c) Geben Sie eine nichttriviale Lösung Ihres Gleichungssystems $A\boldsymbol{x} = 0$ aus (b) an.

   (d) Was ist der Wert von $\mathrm{Det}(A)$, wobei A Ihre Matrix aus (b) ist? Begründen Sie Ihr Ergebnis.

   4,5 Punkte (1,5+1+1+1)

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des inhomogenen Differentialgleichungssystems

$$\boldsymbol{x}'(t) = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{2t}$$

   mittels Ansatzmethode.
   5 Punkte

3. (a) Berechnen Sie $\iint_D 1\, dxdy$, wobei D das Dreieck begrenzt durch die Geraden $y = x$, $y = 3x$ und $y = 2 - x$ ist. Wenden Sie bei der Berechnung die Substitution $x = \frac{u-v}{2}$ und $y = \frac{u-3v}{2}$ an.
   Anmerkung: Wenn Sie nicht wissen, wie man substituiert, berechnen Sie das Integral direkt (mit 0,5 Punkten Abzug).

   (b) Was berechnet das Integral aus (a)? Erklären Sie Ihre Antwort.

   (c) Berechnen Sie das Oberflächenintegral $\iint_F \boldsymbol{v} d\boldsymbol{O}$, wobei F jener Teil der Ebene $z = x + y$ ist, welcher über dem Dreieck D aus (a) liegt und $\boldsymbol{v} = (1, 1, 0)^T$.

   5 Punkte (2+1+2)

4. Gegeben ist folgende partielle Differentialgleichung inklusive Rand– und Anfangsbedingungen: $u_{tt} = c^2 u_{xx}$, $u(0, t) = u(3, t) = 0$, $u(x, 0) = f(x)$, $u_t(x, 0) = g(x)$.

   (a) Führen Sie die partielle Differentialgleichung mittels Separationsansatz in zwei gewöhnliche Differentialgleichungen über. Erklären Sie dabei die entscheidenden Schritte des Separationsansatzes.

   (b) Bestimmen Sie die Eigenfunktionen des in (a) aufgetretenen Sturm–Liouvill'schen Randwertproblems. Alle Fallunterscheidungen sind auszuführen.

   (c) Geben Sie an, wie Sie rechnerisch überprüfen können, ob Ihre Eigenfunktionen aus (b) paarweise orthogonal sind (die Rechnung ist nicht auszuführen).

   (d) Berechnen Sie die allgemeine Lösung, die der Separationsansatz liefert und welche in weiterer Folge an die Anfangsbedingungen angepasst werden könnte.

   5,5 Punkte (1+2,5+0,5+1,5)

Viel Erfolg!