Prüfung aus Mathematik 2 für BI

am 12. Oktober 2018

ZUNAME: ....

Vorname: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

Die mündlichen Prüfungen finden am 24., 25. und 29. Oktober statt. Ihren genauen Termin erfahren Sie am 22. Oktober (TISS Aussendung).

1. Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

   Zeigen Sie mit Hilfe des Rangkriteriums, dass das Gleichungssystem $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ unlösbar ist und bestimmen Sie eine Lösung des entsprechenden Ausgleichsproblems.

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

3. Gegeben sei die Funktion $F(x,y) = e^{x^2} y$.

   (a) Berechnen Sie die Richtungsableitung von F im Punkt $(1,2)$ in Richtung $(-1,0)$.

   (b) Angenommen F ist Potentialfunktion eines Vektorfeldes $\boldsymbol{v}$ und C eine Kurve, welche von $(17,0)$ nach $(4,2)$ verläuft. Was ist dann der Wert des Kurvenintegrals $\int_C \boldsymbol{v}\, d\boldsymbol{x}$?

   (c) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$2xye^{x^2} + e^{x^2} y' = 0$$

   exakt ist und bestimmen Sie Ihre allgemeine Lösung.

4. (a) Berechnen Sie das Doppelintegral

$$\iint_D \cos y \, dx\, dy,$$

   wobei D das durch die Geraden $y = 2x$, $2y = x$ und $x = \pi$ begrenzte Dreieck bezeichnet.

   (b) Es sei $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + e^z$. Berechnen Sie das Oberflächenintegral

$$\iint_F \operatorname{grad} f \, d\boldsymbol{O},$$

   wobei F den Mantel (und nur den Mantel; ohne Deckel und Boden) des Zylinders

$$Z = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 \le 1, 0 \le z \le 4\}$$

   bezeichnet.