

Prüfung aus Mathematik für Bauingenieure
am 15. Oktober 2010

ZUNAME:

Vorname:

Mat.Nr.:

Gewünschten Termin für die mündliche Prüfung bitte ankreuzen:

Freitag, 22. Oktober

Montag, 25. Oktober

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!

Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 7 & 7 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Erklären Sie den Begriff der linearen Unabhängigkeit von Vektoren.
- (b) Berechnen Sie die Determinante der Matrix A .
Sind die Spalten der Matrix A^T linear unabhängig?
- (c) Formulieren Sie das Rangkriterium zur Lösung linearer Gleichungssysteme und geben Sie die Dimension des Lösungsraumes des homogenen Gleichungssystems $A\mathbf{x} = \mathbf{o}$ an.

2. Bestimmen Sie die *allgemeine* Lösung von

$$y'' + y' - 6y = 50 \sin x, \quad y(0) = -1.$$

3. (a) Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenfunktionen des Randwertproblems

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = y(\pi) = 0.$$

Geben Sie die Orthogonalitätsrelationen für die ermittelten Eigenfunktionen an.

(b) Entwickeln Sie die auf $[0, \pi]$ definierte Funktion

$$f(x) = 1 + \sin(17x)$$

in eine Fourierreihe bezüglich der Eigenfunktionen des Randwertproblems aus (a).

Gegen welchen Wert konvergiert die Fourierreihe von f an $x = 1$?

4. Berechnen Sie unter Verwendung eines geeigneten Integralsatzes

$$\iint_D \operatorname{rot} \mathbf{u} \, dx \, dy,$$

wobei D das durch die Geraden $y = 2x$, $y = x$ und $x = \pi$ begrenzte Dreieck bezeichnet und das Vektorfeld \mathbf{u} gegeben ist durch

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \cos y \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Formulieren Sie den von Ihnen verwendeten Integralsatz auch allgemein.