

Prüfung aus Mathematik für Bauingenieure
am 16. Oktober 2009

ZUNAME:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Formulieren Sie das Rangkriterium zur Lösung linearer Gleichungssysteme.
- (b) Ermitteln Sie, ob das lineare Gleichungssystem $A\mathbf{x} = \mathbf{y}$ eine Lösung besitzt und bestimmen Sie *alle* Lösungen gegebenenfalls.
- (c) Erklären Sie die Begriffe Eigenwert und Eigenvektor einer Matrix und geben Sie *einen* Eigenwert und zugehörigen Eigenvektor der Matrix A an (man beachte dabei den Rang der Matrix!).

2. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'' + y' - 2y = e^{-2x}, \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

3. (a) Bestimmen Sie die Lage und den Typ (Maximum oder Minimum) der Extrema der Funktion $f(x, y) = 2x^2 - y^2$ über dem Quadrat

$$Q := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}.$$

- (b) Berechnen Sie unter Verwendung eines geeigneten Integralsatzes das Kurvenintegral

$$\int_C \text{grad } f \, d\mathbf{x},$$

wobei C den Rand des Quadrats Q bezeichnet.

Formulieren Sie den von Ihnen verwendeten Integralsatz auch allgemein.

4. Bestimmen Sie für $0 \leq x \leq 6$ und $t \geq 0$ eine Lösung der Differentialgleichung

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad u(0, t) = u(6, t) = 0, \quad u(x, 0) = 17, \quad u_t(x, 0) = \sin(\pi x).$$