**Prüfung aus Mathematik für Bauingenieure** ZUNAME: ........................

**am 17. Jänner 2014** Vorname: ..........................

Mat.Nr.: ..........................

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

Die mündlichen Prüfungen finden am Montag, dem 27. Jänner statt.

1. Gegeben seien die Vektoren

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

   (a) Überprüfen Sie, ob die Vektoren $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ und $\boldsymbol{c}$ linear abhängig oder linear unabhängig sind.

   (b) Bestimmen Sie die Matrix $A$, welche zur linearen Abbildung $l : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ gehört, die folgendes leistet:

$$l(\boldsymbol{a}) = -\boldsymbol{a}, \qquad l(\boldsymbol{b}) = 2\boldsymbol{b}, \qquad l(\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{d}.$$

2. Bestimmen Sie die *allgemeine* Lösung des inhomogenen Differentialgleichungssystems

$$\boldsymbol{x}'(t) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{pmatrix} e^{-2t} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

3. Es sei $B$ der (beschränkte) Bereich, der von $y = -x$ und $y = x^2$ berandet wird.

   (a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt von $B$.

   (b) Es bezeichne $C$ die (im mathematisch positiven Sinn durchlaufene) Randkurve von $B$. Berechnen Sie mit Hilfe eines geeigneten Integralsatzes

$$\int_C \begin{pmatrix} 2y \\ x+y \end{pmatrix} d\boldsymbol{x}$$

   Formulieren Sie den von Ihnen verwendeten Integralsatz auch allgemein.

4. Zwei Eigenwerte des Sturm-Liouvilleschen Randwertproblems

$$y''(x) + \lambda\, y(x) = 0, \qquad 2y(0) + y'(0) = 2y(1) + y'(1) = 0$$

   sind gegeben durch $\lambda_1 = -4$ und $\lambda_2 = \pi^2$.

   (a) Bestimmen Sie die zu $\lambda_1$ und $\lambda_2$ gehörigen Eigenfunktionen.

   (b) Geben Sie die Orthogonalitätsrelation der gefundenen Eigenfunktionen an.

   (c) Bestimmen Sie die Fourierkoeffizienten $c_1$ und $c_2$ der Entwicklung von $f(x) = 1$ nach den beiden Eigenfunktionen aus (a).