# Prüfung Mathematik für BI – 2.12.2011

Name/ Matrikelnummer:.........................................................................................

**Lösen Sie die Beispiele der Angabe entsprechend, begründen Sie Ihre Antworten, aber fassen Sie sich kurz!**

**Terminliches:** Die mündliche Prüfung findet voraussichtlich am Mittwoch, den 14.12.2011, bzw. am Donnerstag, den 15.12.2011, statt – Details folgen bei Bekanntgabe der Ergebnisse über TISS bis spätestens Mittwoch, den 7.12.2011.

1. Gegeben sind die Vektoren

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 17 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

   (a) Berechnen Sie die Matrix $A$, welche zur linearen Abbildung gehört, welche $\boldsymbol{a}$ am Ursprung spiegelt, $\boldsymbol{b}$ um den Faktor 2 streckt und $\boldsymbol{c}$ auf $\boldsymbol{d}$ abbildet, indem Sie eine passende Matrizengleichung aufstellen und diese lösen.

   (b) Sind die Vektoren $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ und $\boldsymbol{c}$ linear (un–)abhängig? Begründen Sie Ihre Antwort.

   (c) Geben Sie einen Vektor $\boldsymbol{x}$ an, welcher unter $A$ auf den Vektor $\boldsymbol{e}$ abgebildet wird. Begründen Sie Ihre Wahl entweder durch eine Rechnung oder durch Argumentation.

   **5 Punkte (2+1+2)**

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des inhomogenen Differentialgleichungssystems

$$\boldsymbol{x}'(t) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{pmatrix} e^{-2t} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

   mittels Ansatzmethode.
   **5 Punkte**

3. (a) Gegeben sei eine Strömung im dreidimensionalen Raum durch das Vektorfeld

$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 2x + y \\ y + z \\ z \end{pmatrix}.$$

   Berechnen Sie den Fluss durch die Randfläche der oberen Halbkugel mit Mittelpunkt im Ursprung und Radius 3 mit einem geeigneten Integralsatz.

   (b) Weisen Sie nach, dass die Differentialgleichung

$$(\cos(xy)y^2 + 1) + (\cos(xy)xy + \sin(xy))y' = 0$$

   exakt ist und bestimmen Sie ihre allgemeine Lösung.

   **5 Punkte (3+2)**

4. Sei

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \in [-\pi, -\pi/2), \\ x & \text{für } x \in [-\pi/2, \pi/2), \\ 0 & \text{für } x \in [\pi/2, \pi], \end{cases} \qquad 2\pi\text{–periodisch fortgesetzt.}$$

   (a) Skizzieren Sie $f(x)$. Ist $f(x)$ (un–)gerade?

   (b) Berechnen Sie die Fourierreihe $F(x)$ zu $f(x)$.

   (c) Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $F(x) = f(x)$, wenn $F(x)$ die Fourierreihe zu $f(x)$ aus (a) bezeichnet. Warum?

   **5 Punkte (1+3+1)**

## Viel Erfolg!