

Prüfung Mathematik für BI – 20.1.2012

Name/ Matrikelnummer:

Lösen Sie die Beispiele der Angabe entsprechend, begründen Sie Ihre Antworten, aber fassen Sie sich kurz!

Terminliches: Die mündliche Prüfung findet voraussichtlich am am Donnerstag, den 26.1.2012, statt.

- (a) Sei A eine (2×2) -Matrix und $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ein Eigenvektor zum Eigenwert 2 und $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ein Eigenvektor zum Eigenwert 0 von A . Wie lautet A ?
- (b) Überprüfen Sie anhand der Vektorraum-Definition, wie c reell gewählt werden muss, damit die Menge der stetigen Funktionen $f(x)$, welche $\int_0^{17} f(x)dx = c$ erfüllen, einen Vektorraum bildet.
- (c) Bestimmen Sie mit dem Gauß'schen Eliminationsverfahren alle Lösungen des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \\x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 &= -1\end{aligned}$$

5 Punkte (2,5+1+1,5)

- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - 4y = 2x \sin(x).$$

3,5 Punkte

- Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_C \begin{pmatrix} y^2 \\ x \end{pmatrix} d\mathbf{x}$, wobei C die gegen den Uhrzeigersinn durchlaufene Randkurve des Dreiecks D mit Eckpunkten $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ist
- direkt UND
 - unter Verwendung eines geeigneten Integralsatzes.

4 Punkte (2+2)

- Gegeben ist die partielle Differentialgleichung $u_{xx} = u_{tt}$ mit den Rand- bzw. Anfangsbedingungen

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad u(x, 0) = \sin(\pi x), \quad u_t(x, 0) = 0.$$

- Wenden Sie auf die gegebene Differentialgleichung den Separationsansatz an und gewinnen Sie so ein Sturm-Liouvillesches Randwertproblem. Führen Sie alle Schritte aus!
- Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenfunktionen des Sturm-Liouvilleschen Randwertproblems aus (a) (alle Fälle sind genau zu diskutieren).
- Geben Sie die allgemeine Lösung $u(x, t)$ des Randwertproblems an.
- Passen Sie Ihre allgemeine Lösung an die gegebenen Anfangswerte an.

7,5 Punkte (1,5+3+1,5+1,5)

Viel Erfolg!