Prüfung aus Mathematik 2 für Bauingenieure ZUNAME: ....

am 23. Juni 2015 Vorname: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

Den Termin Ihrer mündlichen Prüfung erfahren Sie zusammen mit dem Ergebnis der schriftlichen Prüfung am Freitag, den 26. Juni (Aushang, Freihaus, 7. Stock, grün).

1. Es sei $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum.
   (a) Erklären Sie die Begriffe der bedingten Wahrscheinlichkeit und der Unabhängigkeit zweier Ereignisse $A, B \in \mathcal{A}$, sowie deren Zusammenhang.
   (b) Es sei $X : \Omega \to [0, \infty)$ eine Zufallsvariable mit der Eigenschaft, dass
   $$\mathbb{P}(X > t) = \mathbb{P}(X > t_0 + t | X > t_0)$$
   für alle $t_0, t \geq 0$. Geben Sie die Definition der Verteilungsfunktion F von X an und zeigen Sie, dass für $g(t) = 1 - F(t)$ die folgende Funktionalgleichung erfüllt ist:
   $$g(t_0 + t) = g(t_0)g(t).$$

2. (a) Erklären Sie die Begriffe Eigenwert und Eigenvektor einer $n \times n$ Matrix.
   (b) Es sei A eine $n \times n$ Matrix mit $\det A = 0$.
   Begründen Sie, warum $\lambda = 0$ ein Eigenwert von A ist!
   (c) Entscheiden Sie für die Matrix
   $$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$
   ob $\det A = 0$ oder $\det A \neq 0$ gilt und bestimmen Sie gegebenenfalls einen Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda = 0$.

3. Gegeben sei das Vektorfeld
   $$\boldsymbol{v}_\alpha(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{y}{x^2+y^2} \\ \frac{\alpha x}{x^2+y^2} \end{pmatrix},$$
   wobei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Parameter ist.
   (a) Bestimmen Sie das Kurvenintegral
   $$\int_C \boldsymbol{v}_\alpha d\boldsymbol{x},$$
   wobei C den *im Uhrzeigersinn* durchlaufenen Kreis mit Radius 1 und Mittelpunkt im Ursprung bezeichnet.
   (b) Entscheiden Sie, ob es ein α gibt, sodass $\boldsymbol{v}_\alpha$ die Integrabilitätsbedingung erfüllt.
   (c) Begründen Sie mit Hilfe Ihrer Ergebnisse aus (a) und (b), warum es kein α gibt, sodass $\boldsymbol{v}_\alpha$ eine Potentialfunktion auf $\mathbb{R}^2 \backslash \{(0, 0)\}$ besitzt.

4. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems
   $$y''(x) + 4y(x) = \sin(3x), \qquad y(0) = y'(0) = 0.$$