

Prüfung aus Mathematik für Bauingenieure
am 25. Juni 2010

ZUNAME:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Erklären Sie den Begriff der linearen Unabhängigkeit von Vektoren.
- (b) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix A .
Sind die Spalten der Matrix A linear abhängig oder unabhängig?
- (c) Formulieren Sie das Rangkriterium zur Lösung linearer Gleichungssysteme.
- (d) Ermitteln Sie, ob das lineare Gleichungssystem $A\mathbf{x} = \mathbf{a}$ eine Lösung besitzt und bestimmen Sie *alle* Lösungen gegebenenfalls.

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

3. (a) Berechnen Sie das Doppelintegral

$$\iint_D \sin y \, dx \, dy,$$

wobei D das durch die Geraden $y = 2x$, $2y = x$ und $x = \pi$ begrenzte Dreieck bezeichnet.

(b) Es sei $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$. Berechnen Sie das Oberflächenintegral

$$\iint_F \operatorname{grad} f \, d\mathbf{O},$$

wobei F den Mantel (und nur den Mantel; ohne Deckel und Boden) des Zylinders

$$Z = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 1\}$$

bezeichnet.

4. Bestimmen Sie für $0 \leq x \leq 2$ und $t \geq 0$ eine Lösung der Differentialgleichung

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad u(0, t) = u_x(2, t) = 0, \quad u(x, 0) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}x\right), \quad u_t(x, 0) = \sin\left(\frac{5\pi}{4}x\right).$$