Prüfung aus Mathematik für Bauingenieure

am 26. November 2010

ZUNAME: ....

Vorname: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

Die mündlichen Prüfungen finden am Donnerstag, den 2. Dezember statt.

1. (a) Erklären Sie den Begriff der linearen Abbildung zwischen zwei Vektorräumen.

   (b) Es sei $l : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die lineare Abbildung mit

$$l\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\6\\3\end{pmatrix}, \quad l\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\6\\4\end{pmatrix}, \quad l\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\6\\3\end{pmatrix}.$$

   Bestimmen Sie die zu l gehörige Matrix A.

   (c) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix A aus (b).
   Was kann man über die Eigenwerte einer nicht invertierbaren Matrix aussagen?

2. Bestimmen Sie die *allgemeine* Lösung von

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{pmatrix}1 & 1\\7 & 7\end{pmatrix}\boldsymbol{x}(t) + \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}.$$

3. (a) Formulieren Sie den Integralsatz von Gauß.

   (b) Das auf $[0,\pi]$ definierte Funktionensystem

$$y_n(x) = \sin(nx), \qquad n \in \mathbb{N},$$

   bildet ein vollständiges Orthogonalsystem bezüglich des Skalarprodukts

$$\langle f, g\rangle = \int_0^\pi f(x)g(x)\,dx.$$

   Entwickeln Sie die auf $[0,\pi]$ definierte (konstante) Funktion $f(x) = x$ in eine Fourierreihe bezüglich dieses Orthogonalsystems.

4. (a) Bestimmen Sie durch Separationsansatz für $0 \le x \le 2$ und $t \ge 0$ die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$u_{tt} = u_{xx}, \qquad u(0,t) = u_x(2,t) = 0.$$

   (b) Erklären Sie wie prinzipiell ein Anpassen Ihrer Lösung aus (a) an Anfangsbedingungen

$$u(x,0) = g(x), \qquad u_t(x,0) = h(x)$$

   möglich wäre.