Prüfung aus Mathematik 2 für BI

am 30. November 2018

ZUNAME: ....

Vorname: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

Die mündlichen Prüfungen finden am Montag, den 17. Dezember statt. Ihren genauen Termin erfahren Sie am 10. Dezember (TISS Aussendung).

1. (a) Erklären Sie die Begriffe Eigenwert und Eigenvektor einer Matrix.

   (b) Zeigen Sie, dass die Lösungen der Gleichung $\det(A - \lambda I) = 0$ genau die Eigenwerte der Matrix A sind.

   (c) Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

   (d) Bestimmen und skizzieren Sie die Hauptachsenform der Kegelschnittslinie
$$2x^2 + 6xy + 2y^2 = 1.$$

2. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems
$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{pmatrix} t \\ 2t \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

3. (a) Erklären Sie den Begriff des lokalen Maximums einer Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

   (b) Bestimmen Sie die Extremstellen und Extremwerte von $f(x, y) = x^2 + y^2$ unter der Nebenbedingung $3x^2 + 4xy + 3y^2 = 1$.

   (c) Es bezeichne D den Bereich gegeben durch
$$D := \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}.$$
   Berechnen Sie das folgende Oberflächenintegral über den Rand F des Bereiches D unter Verwendung eines geeigneten Integralsatzes
$$\iint_F \begin{pmatrix} \sin y \\ 7x^2 \\ 3z \end{pmatrix} d\boldsymbol{O}.$$

4. (a) Zeigen Sie, dass das Vektorfeld
$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} x^5 + y^2 \\ 2xy + y^3 \end{pmatrix}$$
   ein Potentialfeld ist und bestimmen Sie eine Potentialfunktion von $\boldsymbol{v}$.

   (b) Erklären Sie den Begriff der exakten Differentialgleichung.

   (c) Bestimmen Sie mit Hilfe der in (a) ermittelten Potentialfunktion die Lösung des Anfangswertproblems
$$y'(2xy + y^3) + (x^5 + y^2) = 0, \qquad y(0) = 1.$$