Prüfung aus Mathematik 2 für Bauingenieurwesen ZUNAME: ....

am 5. Mai 2017 Vorname: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

Die mündlichen Prüfungen finden am 15. und 16. Mai statt. Ihren genauen Termin erfahren Sie mit dem Ergebnis der schriftlichen Prüfung am 11. Mai (TISS Aussendung).

1. (a) Es sei $l : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die lineare Abbildung mit

$$l\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\6\\3\end{pmatrix}, \quad l\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\6\\4\end{pmatrix}, \quad l\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\6\\3\end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die zu l gehörige Matrix A.

(b) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix A aus (a).
Was kann man über die Eigenwerte einer nicht invertierbaren Matrix aussagen?

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden linearen Differentialgleichung

$$y^{(4)}(x) - 16\,y(x) = e^x.$$

3. (a) Zeigen Sie, dass das Vektorfeld

$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} x^5 + y^2 \\ 2xy + y^3 \end{pmatrix}$$

ein Potentialfeld ist und bestimmen Sie eine Potentialfunktion von $\boldsymbol{v}$.

(b) Erklären Sie den Begriff der exakten Differentialgleichung.

(c) Bestimmen Sie mit Hilfe der in (a) ermittelten Potentialfunktion die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'(2xy + y^3) + (x^5 + y^2) = 0, \qquad y(0) = 1.$$

4. Gegeben sei der Zylinder

$$Z = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \le 1,\ 0 \le z \le 2\}.$$

(a) Geben Sie eine Parametrisierung des Zylindermantels sowie der Deckfläche von Z an.

(b) Berechnen Sie den Fluss des Vektorfeldes

$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 2x \\ y \\ y \end{pmatrix}.$$

durch die Deckfläche von Z.

(c) Verwenden Sie einen geeigneten Integralsatz zur Berechnung des Oberflächenintegrals $\iint_F \boldsymbol{v}\, d\boldsymbol{O}$, wobei F die Randfläche von Z bezeichnet.