

Prüfung aus Mathematik für Bauingenieure
am 6. Dezember 2013

ZUNAME:
Vorname:
Kennzahl:
Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1. (a) Erklären Sie die Begriffe Eigenwert und Eigenvektor einer Matrix.
- (b) Zeigen Sie, dass die Lösungen der Gleichung $\det(A - \lambda I) = 0$ genau die Eigenwerte der Matrix A sind.
- (c) Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'' + y' - 2y = e^{-2x}, \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

3. (a) Zeigen Sie, dass das Vektorfeld

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} x^5 + y^2 \\ 2xy + y^3 \end{pmatrix}$$

ein Potentialfeld ist und bestimmen Sie eine Potentialfunktion von \mathbf{v} .

- (b) Erklären Sie den Begriff der exakten Differentialgleichung.
- (c) Bestimmen Sie mit Hilfe der in (a) ermittelten Potentialfunktion die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'(2xy + y^3) + (x^5 + y^2) = 0, \quad y(0) = 1.$$

4. Gegeben seien ein Drehkegel

$$K = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 1\}$$

und das Vektorfeld

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} y \\ z \\ x \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe eines Dreifachintegrals das Volumen von K .
- (b) Bestimmen Sie das Kurvenintegral $\int_C \mathbf{v} d\mathbf{x}$, wobei C die Kurve bezeichnet, welche die Deckfläche von K berandet und in einer Richtung Ihrer Wahl durchlaufen wird.
- (c) Bestimmen Sie das Oberflächenintegral $\iint_F \mathbf{v} d\mathbf{O}$, wobei F die (und nur die) Mantelfläche von K bezeichnet.