

Prüfung aus Mathematik 2 für Bauingenieure
am 6. Mai 2016

ZUNAME:

Vorname:

Mat.Nr.:

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!

Arbeitszeit: 90 Minuten!

Die mündlichen Prüfungen finden am Mittwoch, den 18. Mai statt. Ihren genauen Termin erfahren Sie mit dem Ergebnis der schriftlichen Prüfung spätestens am 13. Mai (Aushang, Freihaus, 7. Stock, im grünen Bereich).

1. Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- Formulieren Sie das Rangkriterium zur Lösung linearer Gleichungssysteme.
- Ermitteln Sie, ob das lineare Gleichungssystem $A\mathbf{x} = \mathbf{y}$ eine Lösung besitzt und bestimmen Sie *alle* Lösungen gegebenenfalls.
- Erklären Sie die Begriffe Eigenwert und Eigenvektor einer Matrix und geben Sie *einen* Eigenwert und zugehörigen Eigenvektor der Matrix A an (man beachte dabei den Rang der Matrix!).

2. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'' + y' - 2y = e^{-2x}, \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

3. (a) Bestimmen Sie die Lage und den Typ (Maximum oder Minimum) der Extrema der Funktion $f(x, y) = 2x^2 - y^2$ über dem Quadrat

$$Q := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}.$$

- (b) Berechnen Sie unter Verwendung eines geeigneten Integralsatzes das Kurvenintegral

$$\int_C \text{grad } f \, d\mathbf{x},$$

wobei C den Rand des Quadrats Q bezeichnet.

Formulieren Sie den von Ihnen verwendeten Integralsatz auch allgemein.

4. (a) Formulieren Sie das Gesetz der großen Zahlen.
- (b) Angenommen Sie haben ein Kapital von $X_0 = 1$ Euro und spielen das folgende Spiel: Sie werfen in jeder Runde eine faire Münze. Ihr Kapital halbiert sich, wenn Zahl fällt und bei Kopf gewinnen Sie vier Fünftel Ihres Kapitalstands hinzu.
- Zeigen Sie, dass bei oftmaliger Wiederholung dieses Spiels Ihr Kapitalstand mit großer Wahrscheinlichkeit gegen Null geht.