Prüfung aus Mathematik 2 für Bauingenieurwesen ZUNAME: ....

am 9. Dezember 2016 Vorname: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

Die mündlichen Prüfungen finden am 9. und 10. Jänner statt! Ihren genauen Termin erfahren Sie mit dem Ergebnis der schriftlichen Prüfung in der Woche vom 19. Dezember (TISS Aussendung).

1. Gegeben sei die Matrix
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$
   (a) Bestimmen Sie A^3.

   (b) Es sei nun B eine allgemeine 3×3 Matrix. Zeigen Sie, dass, wenn λ ein Eigenwert von B ist, dann ist λ^3 ein Eigenwert von B^3.

   (c) Was lässt sich aufgrund von (a) und (b) über die Eigenwerte von A aussagen? Überprüfen Sie Ihren Schluss, indem Sie die Eigenwerte von A mit Hilfe der charakteristischen Gleichung berechnen.

2. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems
$$y''(x) + 2y'(x) + y(x) = (x+2)e^{-x} - 3, \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

3. Gegeben sei das Vektorfeld
$$\boldsymbol{v}_\alpha(x,y) = \begin{pmatrix} 2xy - 1 \\ \alpha x^2 + 3y^2 \end{pmatrix},$$
   wobei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Parameter ist.

   (a) Bestimmen Sie den Wert von α so, dass $\boldsymbol{v}_\alpha$ konservativ wird und berechnen Sie für diesen Fall auch die Potentialfunktion von $\boldsymbol{v}_\alpha$.

   (b) Berechnen Sie das Kurvenintegral
$$\int_C \boldsymbol{v}_\alpha \, d\boldsymbol{x}$$
   für $\alpha = 1$, wobei C den im mathematisch positiven Sinn durchlaufenen Ellipsenbogen $x^2 + 2y^2 = 1$ mit $y \geq 0$ bezeichnet.

4. (a) Berechnen Sie das Doppelintegral
$$\int_1^3 \int_1^{x^2} \frac{x}{y} \, dy \, dx$$
   indem Sie die Integrationsreihenfolge vertauschen.

   (b) Formulieren Sie die Integralsätze von Green und Stokes ausführlich.