Prüfung aus Mathematik 2 für BI

am 26. 1. 2007

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 150 Minuten

Zuname: ....
Vorname: ....
Kennzahl / Mat.Nr.: ....

1.) a) Lösen Sie das Differentialgleichungssystem $\boldsymbol{y}' = A\boldsymbol{y}$ mit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) Wie lautet der <u>*Ansatz*</u> für eine Partikulärlösung des inhomogenen Systems $\boldsymbol{y}' = A\boldsymbol{y} + \boldsymbol{r}\,\mathrm{e}^{t} + \boldsymbol{s}\,\mathrm{e}^{-t}$, wobei $\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{R}^3$ konstante Spaltenvektoren sind.

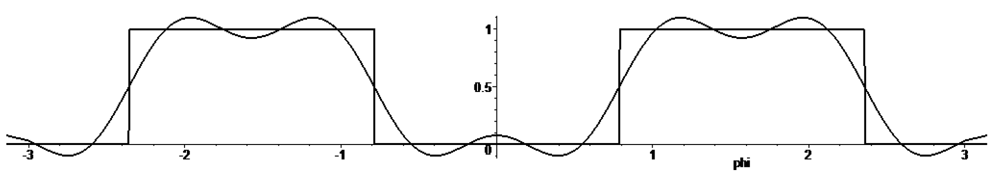
2.) Lösen Sie die autonome Differentialgleichung $y'' = \dfrac{y'^2}{y}$.

3.) Gegeben sei die diskrete Verteilung mit den Gewichten $p_k = \dfrac{1}{2^{k+1}}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$. Bestimmen Sie das Mittel μ mit Hilfe der momentenerzeugenden Funktion.

4.) Berechnen Sie die Oberfläche der Einheitskugel mit der Formel $F = \iint\limits_S \|\boldsymbol{N}\|\, dS$. Verwenden Sie Kugelkoordinaten (genauer: Sphärenkoordinaten).

5.) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \begin{cases} 1 & \ldots\ \pi/4 < x < 3\pi/4 \\ 0 & \ldots\ 0 \le x \le \pi/4 \ \text{ oder } 3\pi/4 \le x \le \pi \end{cases}$

(f auf $\mathbb{R}$ periodisch fortgesetzt mit Periode π).



a) Bestimmen Sie die Fourierentwicklung von $f(x)$
b) Für welche x ist die Fourierreihe konvergent und gegen welche Werte konvergiert sie?
c) Zusatzpunkte: Gewinnen Sie aus der zu dieser Entwicklung gehörigen Parsevalschen Gleichung eine Reihendarstellung für π^2.