

Prüfung aus Mathematik (2) ALT für BI

am 7. 10. 2005

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!

Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!

Arbeitszeit: 150 Minuten

Zuname:

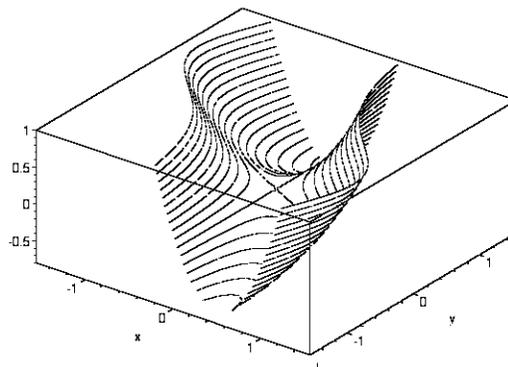
Vorname:

Kennzahl / Mat.Nr.:

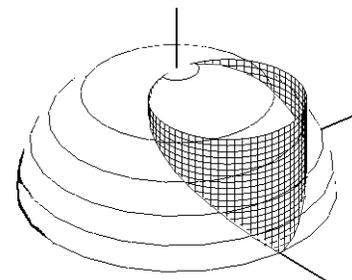
1.) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y^{(4)} - y = 0$, $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$, $y'''(0) = 1$.

2.) Zeigen Sie, dass $\{x^3, x^3 \ln x\}$ ein Fundamentalsystem der DG $y'' - \frac{5}{x} y' + \frac{9}{x^2} y = 0$ ist.

3.) Welche Punkte der Fläche $z = f(x, y) = 2xy + y^2 + x^2y$ sind elliptisch, parabolisch bzw. hyperbolisch? Gibt es absolute oder relative Extrema? Untersuchen Sie das Verhalten im Ursprung.



4.) Es bezeichne B den dreidimensionalen Schnitt des Zylinders $Z : (x - \frac{1}{2})^2 + y^2 = \frac{1}{4}$, $z \in \mathbf{R}$ mit der Nordhalbkugel $K : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $z \geq 0$. Als Vivianisches Fenster wird das Flächenstück F bezeichnet, das von Z aus der Nordhalbsphäre $H : x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z > 0$ herausgeschnitten wird. Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks F .



5.) a) Wie lautet die Entwicklung der Funktion $f(x) = x$ ($0 \leq x \leq 1$) nach den Eigenfunktionen des Randwertproblems $-y'' = \lambda y$, $y'(0) = y(1) = 0$? Zu bestimmen sind also alle Koeffizienten c_k in der Darstellung $f(x) = \sum_k c_k y_k(x)$.

b) Wie ist die Funktion $f(x)$ auf das Intervall $[-1, 0]$ fortzusetzen, damit die Reihendarstellung aus a) auch dort noch gilt?

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!

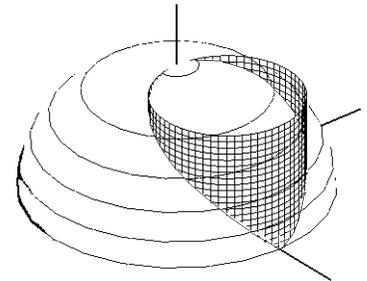
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!

Arbeitszeit: 150 Minuten

1.) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y^{(4)} - y = 0$, $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$, $y'''(0) = 1$.

2.) Zeigen Sie, dass $\{x^3, x^3 \ln x\}$ ein Fundamentalsystem der DG $y'' - \frac{5}{x} y' + \frac{9}{x^2} y = 0$ ist.

3.) Es bezeichne B den dreidimensionalen Schnitt des Zylinders $Z : (x - \frac{1}{2})^2 + y^2 = \frac{1}{4}$, $z \in \mathbf{R}$ mit der Nordhalbkugel $K : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $z \geq 0$. Als Vivianisches Fenster wird das Flächenstück F bezeichnet, das von Z aus der Nordhalbsphäre $H : x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z > 0$ herausgeschnitten wird. Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks F .



4.) a) Eine Anzahl zufällig ausgewählter Betonprobekörper wird auf Druckfestigkeit untersucht. Es ist davon auszugehen, dass die beobachtete Variable normalverteilt ist, jedoch seien Mittel und Varianz unbekannt. Es werden $n = 20$ Proben gezogen, bei deren Untersuchung sich folgende Werte ergeben:

$$\{x_1, \dots, x_{20}\} \text{ [in } N/mm^2\text{]} =$$

$$\{12.3, 8.87, 10.5, 7.12, 7.84, 9.93, 4.83, 9.15, 8.00, 9.94, 13.0, 8.79, 10.3, 11.3, 8.90, 14.3, 10.4, 8.76, 9.09, 11.6\}.$$

a) Schätzen Sie zunächst Mittel μ und Varianz σ^2 empirisch durch ξ und s^2 , und bestimmen Sie dann ein 90%-Konfidenzintervall für μ . (Hinweis: Die benötigte Studentverteilung kann durch die dazupassende approximierende Normalverteilung ersetzt werden, sodass Sie letztendlich mit den auf der Rückseite tabellierten Werten der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung auskommen.)

5.) a) Wie lautet die Entwicklung der Funktion $f(x) = x$ ($0 \leq x \leq 1$) nach den Eigenfunktionen des Randwertproblems $-y'' = \lambda y$, $y'(0) = y(1) = 0$? Zu bestimmen sind also alle Koeffizienten c_k in der Darstellung $f(x) = \sum_k c_k y_k(x)$.

b) Wie ist die Funktion $f(x)$ auf das Intervall $[-1, 0]$ fortzusetzen, damit die Reihendarstellung aus a) auch dort noch gilt?