Zuname:

Vorname:

KennNr:

Matr.Nr:

MATHEMATIK 2 MB, WI, VT

15. Jänner 2016

(Diese Seite ab hier freilassen!)

1)

2)

3)

4)

5)

Viel Erfolg!

1) (i)

$$\begin{array}{rrrrl} x_1 & +x_2 & +2x_3 & +x_4 & = 5 \\ x_1 & +2x_2 & +3x_3 & & = 2 \\ -x_1 & & -x_3 & -x_4 & = -4 \end{array}$$

Geben Sie die allgemeine Lösung dieses Gleichungssystems an.

(ii) Sei A die Systemmatrix des obigen Gleichungssystems und $\boldsymbol{b}$ der Störvektor. Bestimmen Sie den Rang von A, den Rang von $(A\,|\,\boldsymbol{b})$ und die Dimension des Lösungsraumes des Gleichungssytems.

[11+3+3+3= 20 Punkte]

2) Beantworten Sie die folgenden Fragen bzw. überprüfen Sie die nachstehenden Aussagen (bitte ankreuzen; es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein):

$$f(x,y) = \sin(x^2+y^2), \;\; F = \{(x,y) : y > 0, x^2+y^2 \leq \pi\}$$

Die Funktion f ist auf $\mathbb{R}^2$	◯ beschränkt ◯ partiell differenzierbar ◯ nicht-negativ ◯ total differenzierbar
Die partielle Ableitung f_x von f ist	◯ $2(x+y)\cos(x^2+y^2)$ ◯ $\cos(x^2+y^2)$ ◯ $2x \cos(x^2+y^2)$ ◯ $2y\cos(x^2+y^2)$
Die Funktion f nimmt am Punkt $x=0,\ y=0$	◯ ein Maximum an ◯ ein Minimum an ◯ kein Extremum an
Das Integral $\iint_F f(x,y)\, dx\, dy$ ist	◯ 0 ◯ π ◯ 1 ◯ ein anderer Wert

[5×4=20 Punkte]
Für jede Teilaufgabe gibt es entweder die volle Punktezahl oder keine Punkte.

3) (i) Sei F eine Fläche mit Parametrisierung $\boldsymbol{x} : G \to \mathbb{R}^3$ und $\boldsymbol{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ein Vektorfeld. Dabei ist $G \subset \mathbb{R}^2$ und $\boldsymbol{x}$ stetig differenzierbar. Wie berechnet man den Normalenvektor von F? Wie ist $\int_F \boldsymbol{v}\, d\boldsymbol{O}$ definiert?

(ii) Sei

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq 1 \right\} \text{ und } \boldsymbol{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie

$$\int_F \boldsymbol{v}\, d\boldsymbol{O}.$$

[5+15= 20 Punkte]

4)

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x},\ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 16 \end{pmatrix}$$

(i) Man gebe die Eigenwerte von A an.

(ii) Man gebe die Eigenvektoren von A an.

(iii) Man gebe die Lösung dieses Differentialgleichungssystems zur gegebenen Anfangsbedingung an.

[5+8+7=20 Punkte]

5)

$$-1 + (x - y^2)y' = 0$$

(i) Zeigen Sie, dass diese Differentialgleichung nicht exakt ist!

(ii) Berechnen Sie einen integrierenden Faktor für diese Differentialgleichung! Geben Sie die allgemeine Lösung in impliziter Form an dieser Differentialgleichung an!

[5+15 = 20 Punkte]