Prüfung aus Math. (2) für BI

am 6. März 2009

Zuname: ....

Vorname: ....

Kennzahl: ....

Mat.Nr.: ....

Deckblatt bitte nicht herunterreißen!
Bitte für jedes Beispiel ein eigenes Blatt verwenden!
Arbeitszeit: 90 Minuten!

1.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

   (a) Berechnen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren von A.

   (b) Sei $x = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$. Skizzieren Sie x und Ax, *ohne* Ax zu berechnen. Begründen Sie Ihre Skizze.

   (c) Geben Sie die Diagonalmatrix D an, in die sich A transformieren läßt.

2. Lösen Sie die DG $y'' + 3y' - 4y = e^{2x} + 4$, und passen Sie die Lösung an die AB $y(0) = -1$ an.

3. (a) Entwickeln Sie die 2π-periodischen Funktionen (i) $y_1(x) = \sin(2x)$, $x \in R$, und (ii) $y_2(x) = -x$, $x \in [-\pi.\pi)$, in eine Fourierreihe. (Hinweis: $\cos(k\pi) = (-1)^k$)

   (b) Erläutern Sie anhand der Fourierreihe von y_1, was orthogonale Funktionen sind.

   (c) Erläutern Sie anhand der Fourierreihe von y_2 den Satz von Dirichlet an den Stellen $x = 1$ und $x = \pi$.

4. Lösen Sie die partielle DG $z_{tt} = z_x$ unter den AB $z(x,0) = z(x,1) = 0$.